

Mariano Severi (*)

Tecniche di demodulazione

In un sistema di trasmissione digitale l'informazione viene trasmessa modulando le caratteristiche di un segnale analogico (per esempio, la fase o l'ampiezza) inviato attraverso il canale di comunicazione (si veda figura 1). In questo tipo di architettura, il ricevitore cerca di estrarre l'informazione trasmessa dal segnale ricevuto, minimizzando la probabilità di errore. Infatti, a causa della distorsione introdotta dal canale, il segnale ricevuto non è identico a quello trasmesso. Descriviamo dunque gli elementi principali che costituiscono un ricevitore digitale, cercando di presentare le idee che sono alla base, con l'obiettivo di for-

Il dato ricevuto tramite un sistema di trasmissione digitale non è mai identico a quello di partenza: ecco gli elementi costitutivi di un ricevitore digitale

trasmettere una funzione d'onda analogica con particolari caratteristiche. Il numero di bit trasmessi per simbolo, ovvero la dimensione del vettore, e lo stesso periodo di simbolo determinano la capacità di trasmissione dati del sistema. Il compito del ricevitore, come si è detto, è di ricostruire il vettore trasmesso a partire dal segnale ricevuto e dedurre il simbolo associato. La figura 2 mostra lo schema di principio di un ricevitore digitale (nello specifico, per segnali PSK). Consiste di un demodulatore, di un rivelatore e dei circuiti per la sincronizzazione della fase e del periodo di simbolo. Il demodulatore, in

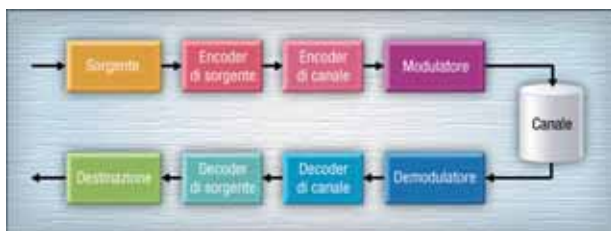
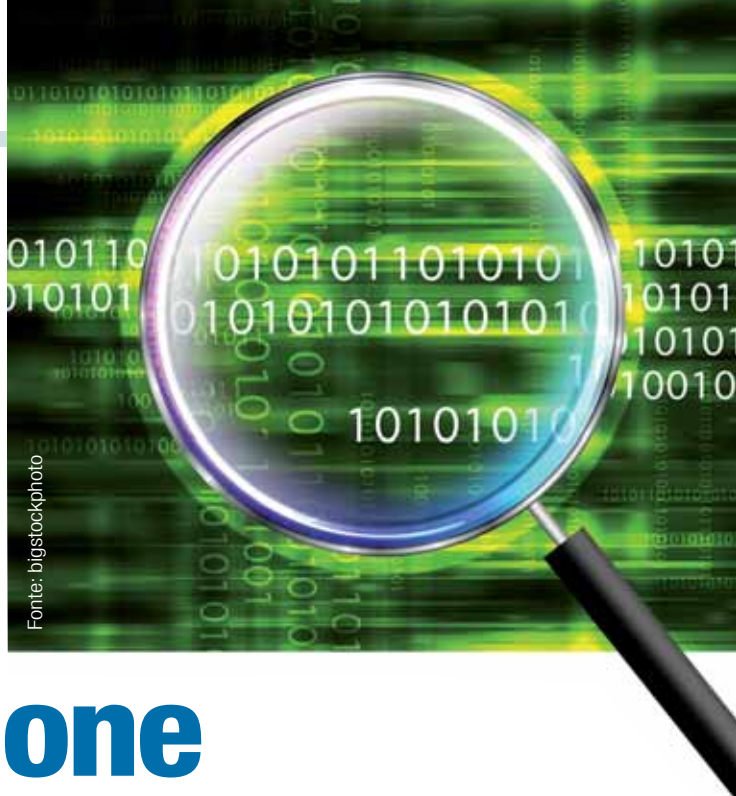


Figura 1 - Schema di un sistema di comunicazione digitale

nire un'introduzione all'argomento, suggerendo eventuali spunti di approfondimento.

Il rivelatore

Il segnale analogico usato per trasferire l'informazione in un sistema di trasmissione dati di tipo digitale (o 'discreto') viene generato dal modulatore mediante la sovrapposizione di un insieme ortonormale di funzioni d'onda di base. I coefficienti di tale combinazione lineare sono dettati dal simbolo che si intende trasmettere. In altri termini, il modulatore associa a un vettore n-dimensionale legato al simbolo da



Fonte: bigstockphoto



Figura 2 - Schema di principio di un ricevitore per segnali PSK

particolare, comprende un integratore e un campionario e ha la funzione di riconvertire il segnale analogico ricevuto in un vettore n-dimensionale. Tuttavia, poiché il segnale ricevuto è affetto dalla distorsione introdotta dal canale, tale vettore n-dimensionale non sarà identico a quello utilizzato dal trasmettitore per generare la funzione d'onda e, più in generale, non apparterrà all'alfabeto dello stesso. Il compito del rivelatore è allora inferire dal vettore ricostruito il simbolo trasmesso, sulla base di considerazioni di natura statistica. I circuiti di ricostruzione della portante e del periodo di simbolo assicurano la corretta sincronizzazione del ricevitore.

Filtri matched

Per convertire il segnale analogico ricevuto in un vettore n-dimensionale, il demodulatore opera la funzione inversa svolta dal modulatore, ovvero proietta tale segnale sull'insieme di funzioni di base. Tale proiezione può essere ottenuta mediante una serie di correlatori (si veda figura 3a).

In alternativa, come più spesso accade, si può utilizzare un banco di filtri (si veda figura 3b), che abbiano come risposta all'impulso le funzioni $h_k(t)=f_k(T-t)$, dove $f_k(t)$ sono le funzioni di base usate dal modulatore, mentre T è il periodo di simbolo. Tali filtri hanno il nome di filtri matched.

Si può dimostrare che campionando l'uscita dei filtri matched agli istanti multipli del periodo di simbolo, il valore restituito rappresenta proprio i coefficienti della proiezione del segnale sulle funzioni di base. I filtri matched godono di un'interessante proprietà, quella di massimizzare il rapporto segnale-rumore nel segnale ricostruito tra tutti i possibili tipi di filtri che potrebbero scegliersi. D'altra parte, si può pure dimostrare che la risposta in frequenza dei filtri matched è la complessa coniugata dello spettro del segnale trasmesso a meno di un fattore di fase, che rappresenta il ritardo di campionamento del segnale; quindi la risposta in ampiezza dei filtri matched è identica allo spettro del segnale trasmesso.

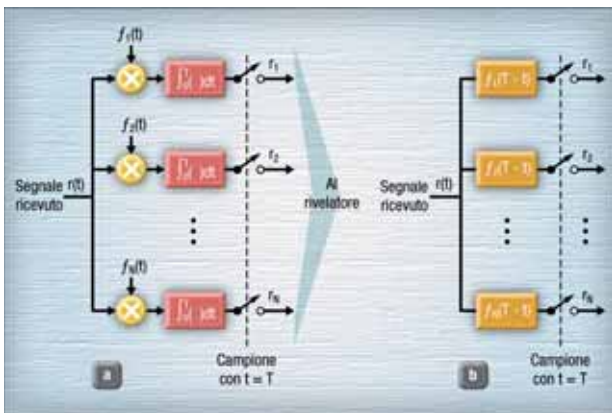


Figura 3 - Demodulazione di un segnale mediante correlatori (a) o filtri matched (b)

I filtri matched convertono dunque il segnale ricevuto in un vettore n-dimensionale. In effetti, a causa della distorsione introdotta dal canale, le funzioni d'onda usate dal modulatore non costituiscono una base per l'insieme di segnali in ingresso al demodulatore. Quindi, il vettore n-dimensionale generato dai filtri matched non caratterizza univocamente il segnale ricevuto. Se però si assume, come sempre accade, che la distorsione introdotta dal canale sia un rumore bianco additivo di tipo gaussiano, si può dimostrare che l'informazione residua legata al segnale, ma non rappresentata dal vettore n-dimensionale, calcolato mediante i filtri mat-

ched, non sia significativa da un punto di vista statistico. Il rumore bianco gaussiano (A_{wgn} -Additive white gaussian noise) è un segnale stocastico avente una densità di potenza costante sull'intero spettro e caratterizzato da una distribuzione gaussiana dell'ampiezza.

Un ottimo rivelatore

Nell'ipotesi che il rumore sia bianco e di tipo gaussiano, il rivelatore può inferire su base statistica il simbolo trasmesso a partire dal vettore n-dimensionale generato dal demodulatore. In particolare, un rivelatore ottimo minimizza la probabilità di errore in tale decisione.

Esistono sostanzialmente due diversi metodi per questo. Il primo, noto come metodo MAP (Maximum A posteriori Probability), per esempio, si basa sul calcolo della probabilità a posteriori $P(s_m|r)$, definita come la probabilità che sia stato ricevuto il vettore r, quando è stato spedito il vettore s_m (m in pedice in questo caso serve a indicare l' 'm-simo' elemento appartenente all'insieme di vettori utilizzati dal modulatore per codificare i simboli sorgenti). Tale probabilità a posteriori è data dal prodotto, opportunamente normalizzato, tra la probabilità a priori $P(s_m)$, ovvero la probabilità che il mittente abbia spedito il messaggio s_m , e la probabilità condizionale $p(r|s_m)$, cioè la probabilità che tale segnale sia stato corrotto, così da risultare nel vettore r effettivamente ricevuto. La probabilità condizionale, o una qualsiasi funzione monotona di essa, è chiamata anche funzione di verosimiglianza (likelihood). I rivelatori che adottano il criterio MAP associano al vettore ricevuto r il simbolo trasmesso s_m per il quale sia maggiore la probabilità a posteriori. In alternativa, si può scegliere il simbolo s_m , per il quale risulti massima la funzione di verosimiglianza: si tratta del metodo noto come principio di massima verosimiglianza (ML).

È solo il caso di osservare che se i simboli s_m sono equiprobabili, i criteri MAP e ML coincidono. Nell'ipotesi fatta che il rumore sia di tipo bianco e gaussiano, si può dimostrare che il logaritmo naturale della funzione di massima verosimiglianza sia dato da un fattore costante, che dipende dalla differenza tra l'intensità del rumore e la distanza del vettore ricevuto da quello trasmesso. Tale distanza è definita nel modo seguente: $D(r,s_m) = \sum (r_k - s_{m,k})^2$, dove la sommatoria si intende estesa a tutti le componenti dei vettori r e s_m . Quindi, massimizzare la funzione di verosimiglianza equivale a minimizzare tale distanza. In altri termini, un rivelatore che operi in base al principio di massima verosimiglianza, in modo del tutto ragionevole, seleziona il simbolo trasmesso che dista meno da quello ricevuto. Appare quindi chiaro il motivo per cui diversi sistemi di modulazione tendono, a parità di energia del segnale trasmesso, a massimizzare la distanza tra i simboli sorgente: questo riduce la probabilità di errore nella decisione al ricevitore.

Quanto descritto è riferito implicitamente a un sistema di modulazione 'senza memoria'. Nello specifico, un sistema

di modulazione si definisce 'con memoria' quando l'associazione tra il simbolo da spedire e la forma d'onda generata dal modulatore non dipende soltanto dall'informazione presente, ma anche dai simboli precedenti. Nel caso dei sistemi con memoria, il metodo di massima verosimiglianza è applicato non al singolo simbolo, bensì a una sequenza di simboli, avente lunghezza maggiore della profondità di memoria del modulatore. Il criterio ricerca, all'interno del diagramma di Trellis, la sequenza di simboli trasmessi che ha distanza minore da quella costituita dai simboli ricevuti, avendo definito la distanza di una sequenza dall'altra come la somma del quadrato delle differenze dei relativi simboli; queste ultime calcolate secondo quanto indicato in precedenza. La ricerca della sequenza ottima può essere lunga; l'algoritmo di Viterbi, diffusamente adottato nei codici convoluzionali per la correzione d'errore, è uno dei metodi che tentano di ridurre la complessità computazionale, consentendo di eliminare simbolo dopo simbolo sequenze improbabili.

Determinazione della fase del segnale ricevuto

Discutendo le caratteristiche del modulatore, si è prima assunto che il sistema sia in grado di campionare a istanti precisi il segnale ricevuto. Questo presuppone che il ricevitore sia sincronizzato in tempo con il trasmettitore, ossia che conosca la fase del segnale ricevuto. In linea teorica, la fase potrebbe essere facilmente calcolata, qualora si conoscano la frequenza del segnale e il ritardo di propagazione attraverso il canale. In realtà, a causa di diversi fattori, tra cui il diverso drift della frequenza degli oscillatori usati nei circuiti di modulazione e demodulazione, tale parametro di fase finisce per essere una variabile non nota da stimare. Un'indeterminazione nella fase, d'altra parte, può avere pesanti effetti sulle prestazioni del sistema. Si può dimostrare, per esempio, che nel caso di modulazione PAM, tale indeterminazione equivale a una riduzione della potenza del segnale ricevuto, quindi del rapporto segnale/rumore, di un fattore pari al quadrato del suo coseno. Ridurre il rapporto segnale/rumore comporta ovviamente una maggiore probabilità di errore nella decodifica del simbolo. Nel caso di

modulazione QAM o M-PSK, inoltre, compaiono effetti d'interferenza tra le componenti in fase e in quadratura. Nei casi di trasmissione senza soppressione della portante, la stima della fase del segnale ricevuto può essere fatta mediante un segnale pilota, la cui fase viene modificata fino a coincidere con quella della portante ricevuta. Più in generale, la fase viene stimata direttamente dal segnale demodulato. Anche in questo caso, si adottano criteri MAP o ML. La fase del segnale ricevuto viene considerata come parametro ignoto da stimare e caratterizzato da una certa distribuzione di probabilità. La funzione di verosimiglianza si rap-

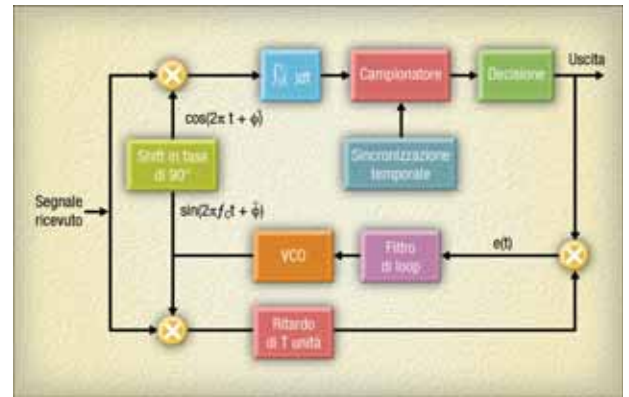


Figura 4 - Ricevitore per segnale PAM basato su PLL decision-directed

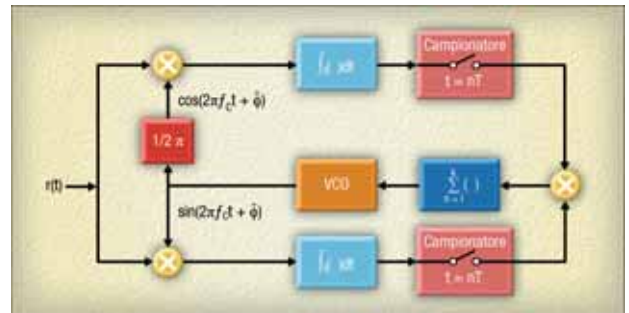


Figura 5 - PLL non-decision-directed per segnali PAM

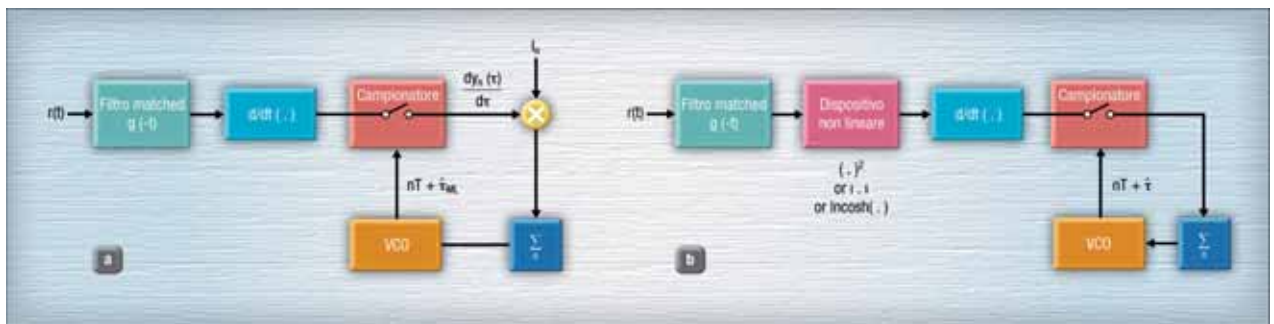


Figura 6 - Stimatori ML decision-directed (a) e non-decision-directed (b) per la sincronizzazione di simbolo in segnali PAM

Fonte: J.G. Proakis: "Digital Communications"

Fonte: J.G. Proakis: "Digital Communications"

Fonte: J.G. Proakis: "Digital Communications"

distribuzione di probabilità della fase stessa.

Massimizzare la funzione di verosimiglianza richiede tipicamente un PLL (Phase Locked Loop), un circuito che consiste, fondamentalmente, di un moltiplicatore e di un filtro di loop, che pilota un oscillatore controllato in tensione (Voltage Controlled Oscillator). L'idea di fondo è quella di tracciare costantemente il segnale in ingresso per stimarne la fase. Si deve tuttavia tenere presente che il segnale ricevuto è modulato sulla base dell'informazione da trasmettere, perciò la funzione di verosimiglianza dipende esplicitamente da questa.

Esistono, allora, due diversi approcci. In un caso (metodi decision-directed), si ritiene nota la sequenza di simboli trasmessi, assumendo che coincida, in assenza di errori di demodulazione, con quella ricostruita dal rivelatore; nell'altro (metodi non-decision-directed), si considera la sequenza casuale e si media la funzione di verosimiglianza da massimizzare rispetto a essa. La figura 4 mostra uno schema di principio di ricevitore per segnali PAM nel caso decision-directed; la figura 5, invece, mostra l'architettura di un PLL non-decision-directed per la decodifica di segnali dello stesso tipo. Tipicamente gli schemi decision-directed consentono una stima della fase con una varianza inferiore, fino anche a un fattore a 10, per trasmissioni con rapporto segnale/rumore per bit maggiore di 0 dB.

La sincronizzazione di simbolo

L'altro parametro da stimare, oltre alla fase, è l'istante di campionamento dell'uscita dei filtri matched. Il ricevitore, in altri termini, deve avere un segnale di clock da utilizzare per la sincronizzazione del periodo di simbolo. In alcuni sistemi, come nelle trasmissioni VLF, per risolvere questo aspetto, trasmettitori e ricevitori sono sincronizzati mediante un unico segnale di riferimento. In questo modo, il ricevitore deve soltanto compensare eventuali ritardi nella ricezione del sincronismo. In altri casi, il trasmettitore invia un segnale non modulato avente frequenza pari a quella di simbolo (o multiplo di questa). Il ricevitore può adottare un filtro passa-banda per estrarre tale segnale e ricostruire il clock di sincronizzazione.

Sebbene piuttosto semplice da realizzare e diffusamente adottata in alcuni schemi di comunicazione telefonica, tale soluzione richiede l'allocatione per il segnale di clock di una parte della banda del canale e dell'energia trasmessa. Nella maggior parte dei casi, l'istante di campionamento ottimo viene stimato direttamente dalla sequenza di dati. Come in precedenza, la stima ottima rappresenta un problema di massima verosimiglianza, che può essere risolto mediante schemi di tipo decision-directed e non-decision-directed. La figura 6 mostra le due diverse soluzioni per la sincronizzazione di segnali PAM. ■

(*) Riferimenti: J.G. Proakis: "Digital Communications"

INFORMATIVA AI SENSI DEL CODICE IN MATERIA DI PROTEZIONE DEI DATI PERSONALI Informativa art. 13, d. lgs 196/2003

I dati degli abbonati sono trattati, manualmente ed elettronicamente, da Fiera Milano Editore SpA – titolare del trattamento – Piazzale Carlo Magno, 1 Milano - per l'invio della rivista richiesta in abbonamento, attività amministrative ed altre operazioni a ciò strumentali, e per ottemperare a norme di legge o regolamento. Inoltre, solo se è stato espresso il proprio consenso all'atto della sottoscrizione dell'abbonamento, Fiera Milano Editore SpA potrà utilizzare i dati per finalità di marketing, attività promozionali, offerte commerciali, analisi statistiche e ricerche di mercato. Alle medesime condizioni, i dati potranno, altresì, essere comunicati ad aziende terze (elenco disponibile a richiesta a Fiera Milano Editore SpA) per loro autonomi utilizzi aventi le medesime finalità. Responsabile del trattamento è: Paola Chiesa.

Le categorie di soggetti incaricati del trattamento dei dati per le finalità suddette sono gli addetti alla gestione amministrativa degli abbonamenti ed alle transazioni e pagamenti connessi, alla confezione e spedizione del materiale editoriale, al servizio di call center, ai servizi informativi.

Ai sensi dell'art. 7, d. lgs 196/2003 si possono esercitare i relativi diritti, fra cui consultare, modificare, cancellare i dati od opporsi al loro utilizzo per fini di comunicazione commerciale interattiva rivolgendosi a Fiera Milano Editore SpA – Servizio Abbonamenti – all'indirizzo sopra indicato. Presso il titolare è disponibile elenco completo ed aggiornato dei responsabili.

Informativa resa ai sensi dell'art. 2, Codice Deontologico Giornalisti

Ai sensi dell'art. 13, d. lgs 196/2003 e dell'art. 2 del Codice Deontologico dei Giornalisti, Fiera Milano Editore SpA – titolare del trattamento - rende noto che presso i propri locali siti in Rho, SS. del Sempione, 28, vengono conservati gli archivi di dati personali e di immagini fotografiche cui i giornalisti, praticanti e pubblicisti che collaborano con le testate editate dal predetto titolare attingono nello svolgimento della propria attività giornalistica per le finalità di informazione connesse allo svolgimento della stessa. I soggetti che possono conoscere i predetti dati sono esclusivamente i predetti professionisti, nonché gli addetti preposti alla stampa ed alla realizzazione editoriale delle testate. I dati personali presenti negli articoli editoriali e tratti dai predetti archivi sono diffusi al pubblico. Ai sensi dell'art. 7, d. lgs 196/2003 si possono esercitare i relativi diritti, fra cui consultare, modificare, cancellare i dati od opporsi al loro utilizzo, rivolgendosi al titolare al predetto indirizzo. Si ricorda che, ai sensi dell'art. 138, d. lgs 196/2003, non è esercitabile il diritto di conoscere l'origine dei dati personali ai sensi dell'art. 7, comma 2, lettera a), d. lgs 196/2003, in virtù delle norme sul segreto professionale, limitatamente alla fonte della notizia. Presso il titolare è disponibile l'elenco completo ed aggiornato dei responsabili.