

Tecniche di modulazione

Mariano Severi (*)

La comunicazione è oggi quasi completamente digitale, nel senso che lo scambio delle informazioni è basato su un insieme finito di segnali (figura 1). In questo con 'canale' si intende il mezzo fisico di connessione tra sorgente e destinazione. L'encoder della sorgente traduce l'informazione in un insieme di simboli appartenenti a un certo alfabeto-utente. L'encoder di canale quindi tale alfabeto in una nuova rappresentazione più vicina alle caratteristiche del canale, introducendo dei controlli per la correzione degli errori, applicando algoritmi di compressione dati per ridurre la quantità di informazioni da inviare, criptando gli stessi per proteggere la comunicazione. Il modulatore, infine, traduce i simboli codificati in un segnale analogico, che può essere trasmesso sul canale fisico. A causa delle caratteristiche intrinseche del canale, il segnale ricevuto è diverso da quello trasmesso ed è affetto, tipicamente, da rumore e distorsione: demodulatore e decoder di canale devono cercare di ricostruire il simbolo trasmesso, riducendo al minimo la proba-



Figura 1: Schema di un sistema di comunicazione digitale (o discreto)

bilità di errore; la decodifica si basa su modelli matematici del canale e considerazioni di natura statistica. Il decoder di sorgente restituisce infine il messaggio al destinatario.

Il sistema di modulazione/demodulazione

La figura 2 mostra una visione di dettaglio maggiore di un sistema di modulazione/demodulazione basato su singolo trasmettitore/ricevitore. Ogni T_s secondi, in funzione del sim-



La moderna teoria dei sistemi di trasmissione dati discreti è piuttosto vasta: ecco le tecniche alla base dei diversi schemi di modulazione

bolo in ingresso, il modulatore genera in uscita un segnale analogico, che appartiene a un insieme predefinito e finito (di dimensione M pari alla dimensione dell'alfabeto sorgente) di forme d'onda. Il parametro $R_s = 1/T_s$ è definito frequenza di segnale ('signal rate'). Se il simbolo in ingresso è codificato su n bit, allora $R_b = n/T_s$ rappresenta il bit rate di trasmissione del sistema. In alcuni schemi di modulazione, l'associazione tra il simbolo in ingresso e la forma d'onda generata può dipendere non soltanto dall'informazione presente, ma anche dai simboli precedenti. In questo caso si parla di sistemi di modulazione con memoria. Come è noto, per esempio dall'analisi di Fourier, una generica forma d'onda (a energia fini-

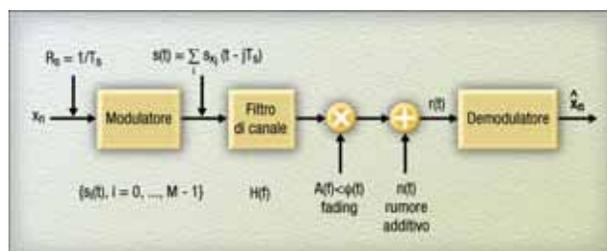


Figura 2: Schema di un sistema di modulazione/demodulazione

ta) può essere rappresentata come la combinazione lineare di un insieme ortonormale di funzioni di base. Il segnale generato da un modulatore sarà allora una sovrapposizione delle funzioni di base selezionate con coefficienti legati direttamente al simbolo da trasmettere. In linea teorica, il demodulatore potrà convogliare al nodo destinazione il segnale ricevuto con tali funzioni di base, per estrarne le diverse componenti e ricostruire il simbolo trasmesso. Nella realtà, il



Fonte: www.fidelitydining.com

segnale trasmesso è ricevuto affetto da distorsione legata alle caratteristiche del canale; si osservano, per esempio, una variazione di ampiezza e fase del segnale e la presenza di una componente, tipicamente additiva, di rumore, legata a diversi fattori. Pertanto, il simbolo ricostruito non sarà necessariamente identico a quello trasmesso e, comun-

que, non appartenente all'alfabeto della sorgente. In queste condizioni, il demodulatore deve inferire il simbolo trasmesso a partire dall'informazione ricostruita sulla base di un modello matematico del canale e di considerazioni di natura statistica, cercando di ridurre al minimo la probabilità di errore. Tra gli schemi più frequenti vi sono quelli basati su criteri di massima verosimiglianza ('likelihood') o di massimizzazione della probabilità a posteriori (MAP).

Le caratteristiche di un sistema di modulazione/demodulazione, dunque, dipendono strettamente dall'insieme di segnali utilizzati per la trasmissione dell'informazione e dalle proprietà del canale. Per esempio, nel caso in cui la capacità del canale sia quasi saturata dalla frequenza dell'informazione, diventa necessario adottare schemi di 'shaping' dello spettro che minimizzino la distorsione. Qualora, invece, sia importante ridurre la potenza del segnale, devono ricercarsi soluzioni che consentano di ridurre la probabilità di errore, compensando il minore rapporto segnale/rumore con una maggiore occupazione di banda del canale. Vediamo ora alcuni dei principali schemi di modulazione oggi utilizzati.

Modulazione in fase

Nella modulazione in fase (Phase Shift Keying) le diverse forme d'onda utilizzate dal modulatore differiscono tra di loro per la fase. La rappresentazione matematica di tali funzioni è la seguente:

$$s_m(t) = g(t)\cos\theta_m \cos 2\pi f_c t - g(t)\sin\theta_m \sin 2\pi f_c t \quad (1)$$

dove $g(t)$ è una funzione di shaping del segnale, f_c la frequenza della portante e l'insieme di fasi associate agli M simboli dell'alfabeto sorgente.

$$\theta_m = \frac{2\pi(m-1)}{M}$$

Le funzioni di base che generano le forme d'onda $s_m(t)$ sono

le seguenti:

$$f_1 = \sqrt{\frac{2}{E_g}} g(t)\cos 2\pi f_c t \quad e \quad f_2 = -\sqrt{\frac{2}{E_g}} g(t)\sin 2\pi f_c t \quad (2)$$

I coefficienti di decomposizione delle (1) su tale base sono infine:

$$\frac{\sqrt{\frac{E}{2}} \cos 2\pi}{M} (m-1), \frac{\sqrt{\frac{E}{2}} \sin 2\pi}{M} (m-1) \quad (3)$$

A ogni simbolo potrà essere associato un vettore in uno spazio bidimensionale (si veda figura 3 nel caso $M=8$), che identifica univocamente la corrispondente forma d'onda generata in uscita dal modulatore; il grafico corrispondente è noto come 'costellazione'. Tipicamente, l'associazione tra il simbolo e il vettore viene fatta in modo tale che due forme d'onda 'adiacenti' nella costellazione siano associate a simboli che differiscono tra loro al più di 1 bit (codifica Gray). Infatti, la probabilità di errore nella decodifica al nodo destinazione è maggiore tra simboli adiacenti.

Utilizzando una codifica Gray ci si assicura che, in presenza

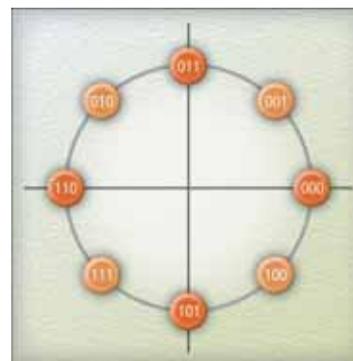


Figura 3: Costellazione per modulazione 8-PSK con codifica Gray dei simboli

di errore, questo sia tipicamente confinato a un singolo bit. Per fortuna, la maggior parte degli schemi di codifica della sorgente è in grado di correggere questo tipo di errori; i più complessi hanno capacità di rilevamento, ma non di correzione di errori doppi. Lo schema più semplice di modula-

zione PSK è quello binario ('Binary PSK'), in cui sono utilizzate soltanto due fasi, distanti tra loro 180° . Più complessa è la modulazione Qpsk ('Quadrature PSK'), che adotta quattro fasi (figura 4).

Lo schema adottato in questo caso consente la trasmissione di 2 bit per simbolo (ovvero per periodo di segnale); tuttavia, per avere la stessa probabilità di errore garantita da una soluzione Bpsk (tale probabilità è proporzionale, in buona approssimazione, alla radice quadrata del rapporto

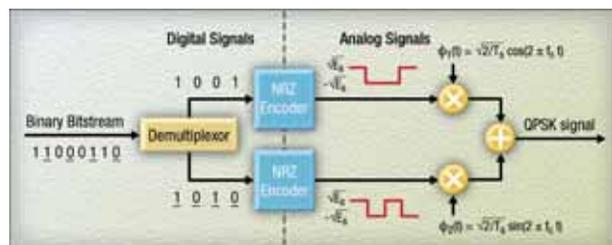


Figura 4: Schema di principio di un modulatore Qpsk

segnale/rumore) richiede di utilizzare una potenza di trasmissione doppia. Gli schemi di modulazione PSK con indice superiore a 8 non sono quasi mai utilizzati, in quanto, a parità di potenza del segnale, presentano probabilità di errore molto maggiori di altre soluzioni, per esempio la modulazione QAM (si veda di seguito). Gli schemi Bpsk e Qpsk hanno il vantaggio di essere relativamente semplici, però sono senza memoria, il che presenta uno svantaggio non trascurabile. A causa infatti del salto di fase tra un periodo di segnale e l'altro, la forma d'onda risultante presenta delle componenti in alta frequenza che vengono filtrate tipicamente dal canale, e in molti casi il canale ha una caratteristica di filtro passa-basso, inducendo distorsione. Una delle alternative per ridurre tale distorsione è adottata nello schema $\pi/4$ -Qpsk, che utilizza due costellazioni ruotate tra loro di 45° . I simboli di ordine pari della sequenza di informazioni in ingresso sono trasmessi usando una costellazione, mentre quelli dispari l'altra. In questo modo, si riduce la massima variazione di fase tra un periodo di segnale e l'altro a 135° . La modulazione $\pi/4$ -Qpsk è stata usata in alcune applicazioni di telefonia cellulare Tdma.

Più complesso è lo schema Oqpsk ('Offset Qpsk'). In questo caso, i simboli pari della sequenza di informazioni servono a modulare la portante coseno, quelli dispari la portante seno (3). Tali portanti sono sfasate tra loro di T secondi, dove T è il periodo di segnale; quindi, la fase di entrambe non può cambiare contemporaneamente. Si può dimostrare che la modulazione Oqpsk è di tipo con memoria. Più di recente, è stata proposta la variante Sqpsk, non soggetta a licenza, che, generando segnali con ampiezza costante durante la transizione, assicura migliore efficienza di banda e minore probabilità di errore. La modulazione PSK è una delle più diffuse. In ambito Wlan, per esempio, lo standard IEEE 802.11b adotta lo schema Qpsk nelle versioni con capacità di trasmissione a 5,5 e 11 Mbps; la specifica IEEE 802.11g si basa invece su modulazione Bpsk con uno schema OFDM (vedi di seguito) nelle comunicazioni a 6 e 9 Mbps. Utilizza uno schema Bpsk anche lo standard Rfid ISO/IEV 14443, utilizzato in applicazioni per passaporti biometrici, mentre Bluetooth 2 si basa su modulazione $\pi/4$ -Dqpsk a 2 Mbps o 8-Dpsk a 3 Mbps. La specifica IEEE 802.15.4, su cui si basa

lo standard Zigbee, infine, usa lo schema Bpsk nella banda a 868-915 MHz e quello Oqpsk nella regione dello spettro intorno a 2,4 GHz.

Modulazione in frequenza

Nella modulazione in frequenza ('Frequency Shift Keying') l'informazione da trasmettere è legata alla frequenza del segnale modulato attraverso il canale (figura 5). Le funzioni di base hanno la seguente espressione:

$$s_m(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos[2\pi f_c t + 2\pi \Delta f t] \quad (4)$$

dove Δf è la separazione in frequenza tra due funzioni di base adiacenti. Lo spazio di segnale è multi-dimensionale, con dimensioni pari a M. Le funzioni di base hanno la stessa energia e un fattore di correlazione uguale a zero, se $\Delta f = 1/2T$, che rappresenta la minima separazione in fre-

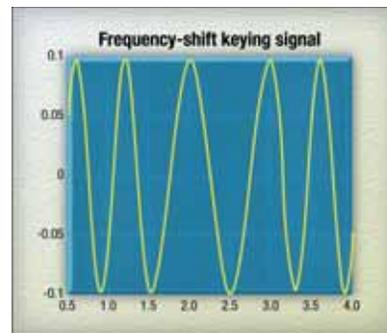


Figura 5: Nella modulazione FSK la frequenza del segnale varia in funzione dell'informazione da trasmettere

quenza affinché sia verificata la condizione di ortogonalità per le forme d'onda. Come negli schemi Bpsk e Qpsk, la modulazione FSK è senza memoria; il segnale modulato presenta forti discontinuità tra un periodo di segnale e il successivo, che si evidenziano in lobi laterali piuttosto ampi. Lo schema non consente di raggiungere capacità di trasmissione dati elevate. È stata tipicamente usata per sistemi di comunicazione a corto raggio, su linea telefonica e, in alcuni casi, nei sistemi di memorizzazione dati su nastro. Più interessante è la modulazione FSK a fase continua Cpsk ('Continuous Phase FSK'). In questo caso, l'informazione viene usata per modulare un segnale in banda base mediante uno schema PAM (vedi di seguito). Il segnale modulato in

UN PO' DI STORIA

Il primo sistema di comunicazione digitale è stato certamente il telegrafo, inventato da Morse nel 1832. È solo, più tardi, però, con i lavori di Nyquist prima (1924) e Shannon poi (1948), che il problema ebbe una trattazione teorica. Nyquist, in particolare, studiò la relazione tra la massima frequenza di segnale su una linea telegrafica in funzione della banda passante del canale in assenza d'interferenza intersimbolo. Shannon formulò invece modelli matematici statistici per la descrizione di sorgenti e canali di comunicazione e chiarì il problema della trasmissione affidabile dell'informazione su un dato canale.



Fonte: www.monci.it