

Modellazione e analisi meccatronica di una trasmissione per macchine utensili

Simone Galbersanini, Matteo Galimberti,
GianAntonio Magnani, Paolo Rocco,
Giorgio Mazzola

I modelli meccatronici di sistemi meccanici complessi consentono di studiare il contributo di ciascun componente alle prestazioni complessive del sistema. Si possono costruire, per aggregazione di modelli elementari, simulatori estremamente affidabili, utilizzabili come strumento per valutare scelte alternative effettuate a livello di componente. In questa memoria si fa riferimento ad una catena di trasmissione complessa utilizzata per conferire il moto ad una tavola porta-pezzo di una macchina utensile di grandi dimensioni. Dapprima si ricava un modello lineare, sulla base del quale si propone una semplice procedura per quantificare il contributo di ciascun elemento cedevole ai primi modi vibratorii della trasmissione. Quindi si descrive un simulatore dettagliato della catena di trasmissione, realizzato nell'ambiente Dymola. Questo simulatore è in grado di riprodurre con notevole precisione i dati sperimentali raccolti sulla macchina.



Keyword

Analisi modale, modellistica, simulazione, prototipazione virtuale

I modelli matematici multi-dominio, nei quali i componenti meccanici, elettrici, idraulici e di controllo possono essere facilmente integrati, sono strumenti potenti per il progetto di sistemi meccatronici. Una caratteristica di particolare rilievo di questi strumenti è costituita dalla capacità di predire l'effetto sulle prestazioni del sistema, di scelte di progetto eseguite a livello di componente [1], [5], [8], [9].

Le prestazioni di un sistema meccanico come una macchina utensile, un manipolatore robotico, o una macchina di produzione, sono in genere quantificate in termini di regolarità del moto del carico e specificatamente in termini delle vibrazioni della struttura meccanica, connessa in anello chiuso con un

controllore del moto. I fattori che limitano queste prestazioni sono associati ai primi modi vibratorii della macchina [2], [4], [7]. Mentre la flessibilità distribuita dei corpi non costituisce, salvo casi particolari, un aspetto critico, cedevolezza concentrate nelle catene di trasmissione possono facilmente indurre modi risonanti di bassa frequenza. In un'impostazione meccatronica del problema di controllo le prestazioni possono essere massimizzate ottimizzando il progetto del controllore, oppure rivedendo il progetto meccanico della trasmissione, selezionando quei componenti che sono principalmente responsabili della prima risonanza.

Il problema è tuttavia che, nel caso di complesse strutture meccaniche quali le catene usate per trasmettere il moto degli assi di macchine utensili di grandi dimensioni, non è immediato né capire quale grado di libertà, tra i molteplici presenti nella trasmissione, è responsabile delle prime risonanze, né assemblare un modello di simulazione che tenga conto delle complesse interazioni tra gli elementi della catena di trasmissione. Inoltre, l'introduzione nel modello di effetti non lineari quali l'attrito e i giochi sembra essere essenziale per riprodurre i risultati sperimentali, in particolare quando essi mostrano un comportamento asimmetrico del sistema al variare della direzione del moto.

S. Galbersanini, M. Galimberti - Ingegneria Meccanica, Politecnico di Milano; G. Magnani, P. Rocco - Dipartimento di Elettronica e Informazione, Politecnico di Milano; G. Mazzola, Pietro Carnaghi S.p.A., Villa Cortese (Milano)

Il presente articolo affronta queste problematiche, facendo riferimento alla trasmissione del primo asse di una macchina utensile di grandi dimensioni. L'asse movimentata una tavola sulla quale oggetti voluminosi (come parti di aeromobili) sono lavorati per mezzo degli altri assi, che non sono presi in considerazione nel presente lavoro. La catena di trasmissione dal motore alla tavola è caratterizzata da sette gradi di libertà; tre gradi di libertà aggiuntivi sono conferiti dall'interazione della scatola contenente l'intero riduttore con il riferimento a terra. I singoli componenti della trasmissione e le loro mutue interazioni sono stati accuratamente modellati. I parametri del modello (in particolare le costanti elastiche) sono stati espressi in termini di dati fisici e geometrici, per mezzo di relazioni che possono essere riutilizzate nel progetto di nuove macchine. Il risultato di questa attività è costituito da un modello lineare della trasmissione. Ulteriori affinamenti dei valori dei parametri più incerti consentono di riprodurre con notevole accuratezza la risposta in frequenza valutata sperimentalmente sulla macchina reale.

Successivamente si è effettuata un'analisi modale sul modello lineare: studiando gli autovettori della matrice di stato del sistema è possibile quantificare il contributo di ciascun elemento cedevole della trasmissione ai primi modi risonanti del sistema meccanico. Viene anche proposta, come efficace strumento per studiare il comportamento vibratorio della macchina, una visualizzazione grafica molto intuitiva di questi risultati, basata sulla rappresentazione degli allungamenti normalizzati dei diversi elementi in ciascun modo vibratorio. Infine, allo scopo di riprodurre nel modo più fedele possibile le risposte sperimentali nel dominio del tempo, si è sviluppato un modello di simulazione dettagliato della trasmissione in Dymola, un ambiente software multi-dominio in grado di interpretare i modelli scritti nel linguaggio di modellazione Modelica [6]. Sono stati aggiunti diversi fenomeni fisici non considerati nel modello lineare usato per l'analisi modale, quali la dinamica elettrica e meccanica del motore brushless e la relativa elettronica di controllo, l'attrito discontinuo e il gioco. Si è ottenuta una riproduzione eccellente delle velocità sia del motore sia del carico, incluso un comportamento asimmetrico del moto del carico al variare della direzione del moto.

Il modello di simulazione validato si presta ad essere utilizzato come prototipo virtuale [3] della macchina, utile a provare in modo sicuro e flessibile soluzioni alternative, sia nel progetto meccanico sia nel progetto del sistema di controllo.

Modello analitico della trasmissione

Per assemblare il modello di una macchina utensile reale è necessario eseguire le semplificazioni necessarie per individuare i componenti che contribuiscono effettivamente allo scambio delle azioni meccaniche. Inoltre i parametri fisici devono essere determinati al livello di dettaglio desiderato. In questo studio, che concerne il comportamento dinamico della trasmissione, l'attenzione è principalmente rivolta ai parametri relativi a inerzia, elasticità e smorzamento dell'asse.

Struttura complessiva della trasmissione

La trasmissione in oggetto, utilizzata per riportare il moto rotatorio dal motore alla tavola porta-pezzi, è schematizzata in figura 1.

L'asse rotatorio della macchina è composto da tre trasmissioni in cascata: a valle del motore è presente una trasmissione a cinghia che aziona un accoppiamento vite senza fine-ruota elicoidale. A sua volta, la ruota elicoidale è collegata ad un pignone che ingrana la corona dentata responsabile della rotazione della tavola.

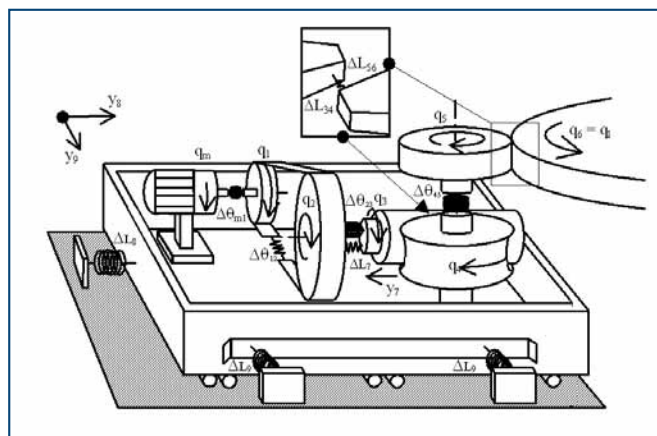


Figura 1 - Schema della trasmissione

L'intero riduttore è inoltre contenuto in una scatola montata su guide ed è tenuto premuto contro la corona dentata della tavola, in modo da realizzare il recupero dei giochi tra le dentature dell'ultimo stadio di riduzione.

Come prima analisi si è formulato un modello lineare della trasmissione, con l'obiettivo principale di individuare, attraverso un'analisi modale, quali fossero le cedevolezze più significative ai fini di un corretta riproduzione del comportamento dinamico della trasmissione. Per far ciò si è progressivamente aumentato il numero di gradi di libertà considerati, nel tentativo di ottenere dal modello una risposta in frequenza il più possibile simile a quella rilevata sperimentalmente. In questo modo si è identificato un numero totale di dieci gradi di libertà: sette gradi di libertà sono di tipo rotazionale e tengono conto delle cedevolezze torsionali introdotte dalla cinghia, dall'albero di trasmissione e dagli accoppiamenti dentati. I rimanenti tre gradi di libertà sono di tipo traslazionale e sono stati introdotti al fine di contemplare l'effetto della vibrazione assiale della vite e dell'intero riduttore nelle due direzioni longitudinale e trasversale.

Componenti e loro modelli

Il modello della trasmissione è stato derivato componendo le equazioni dinamiche dei singoli accoppiamenti. La figura 2 mostra, a titolo di esempio, l'accoppiamento tra il motore e la puleggia motrice, le cui equazioni sono facilmente dedotte da un sistema a due masse con giunto flessibile.

La figura 3 mostra uno schema della trasmissione a cinghia. Le equazioni utilizzate per modellare la coppia agente sulla puleggia motrice sono le seguenti:

$$\tau_{12} = K_{12}(q_1 - n_{12}q_2) \quad (1)$$

$$K_{12} = 2K_c R_1^2 \quad (2)$$

$$n_{12} = \left(\frac{R_2}{R_1} \right) \quad (3)$$

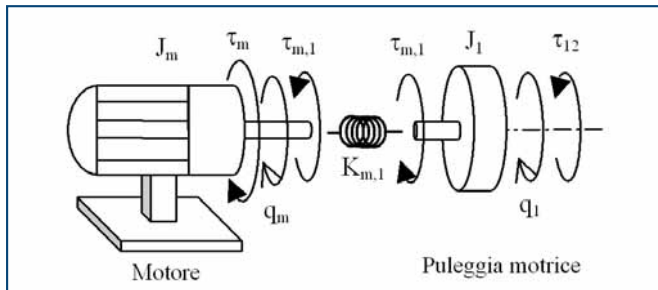


Figura 2 - Accoppiamento tra motore e puleggia

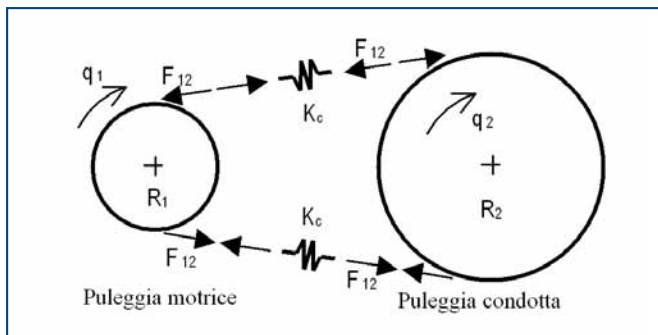


Figura 3 - Modello di una trasmissione a cinghia

dove K_c è la rigidezza lineare della cinghia, mentre R_1 e R_2 sono rispettivamente i raggi delle pulegge motrice e condotta. Di particolare interesse è il caso dell'accoppiamento tra la vite senza fine e la ruota elicoidale. Esso è stato modellato considerando separatamente sia la rigidezza torsionale sia quella assiale della vite. Si è così potuto tener conto del fatto che la forza di contatto, responsabile della trasmissione del moto, è scomponibile sia nella direzione longitudinale (F_q) sia lungo la direzione circonferenziale (F_t). In questo modo viene eccitato il moto oscillatorio del componente nei suoi due gradi di libertà, traslatorio (y_7) e rotativo (q_3) (cfr figura 4). Aggregando le equazioni dei vari elementi si è quindi compo-

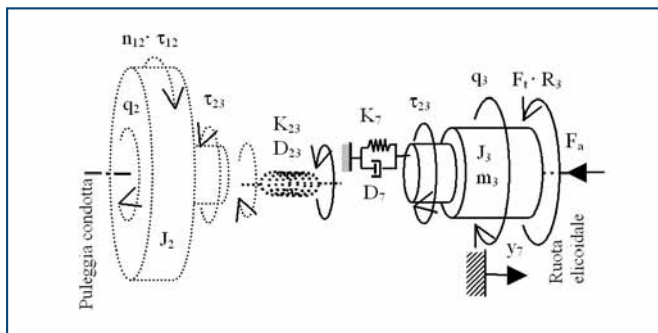


Figura 4 - Dalla puleggia condotta alla ruota elicoidale

sto il modello lineare elastico. Il modello è stato utilizzato per l'analisi modale (come dettagliato nella sezione *Analisi modale*) e per definire le funzioni di trasferimento meccaniche del sistema G_{vm} e G_{mt} :

$$G_{vm}(s) = \frac{\dot{q}_m(s)}{\tau(s)} \quad (4.1)$$

$$G_{mt}(s) = \frac{\dot{q}_1(s)}{\dot{q}_m(s)} \quad (4.2)$$

dove \dot{q}_m e \dot{q}_1 sono rispettivamente le velocità del motore e del carico, mentre τ è la coppia applicata dal motore. Queste funzioni di trasferimento consentono di studiare il comportamento del sistema in anello chiuso con un controllore di posizione/velocità.

Analisi modale

Uno degli aspetti più critici nell'analisi dinamica di una trasmissione è l'identificazione degli elementi che sono responsabili delle limitazioni alle prestazioni nel controllo della macchina. Questa limitazione alle prestazioni è generalmente associata alle prime frequenze naturali del sistema meccanico. Al fine di identificare questi elementi critici nella trasmissione, si è sviluppata una metodologia, basata sull'analisi modale del modello lineare sviluppato nella sezione *Modello analitico della trasmissione*. La metodologia consiste nel calcolare e visualizzare gli allungamenti degli elementi elastici del modello, in base all'analisi dei modi associati a ciascuna frequenza naturale. Più specificatamente, calcolando le differenze tra due elementi consecutivi della matrice degli autovettori del sistema, si può calcolare l'allungamento di ciascun elemento elastico, che connette i corpi i cui gradi di libertà sono espressi dalla suddetta coppia di autovettori. Opportune normalizzazioni di questi allungamenti consentono un confronto efficace del contributo di ciascun elemento cedevole al modo di vibrare.

Analisi grafica dei modelli

Per visualizzare quanto ciascun elemento elastico contribuisca al comportamento vibratorio della trasmissione, si è adottata una rappresentazione ad istogrammi. Dei dieci modi di vibrare del sistema, nella figura 5 ne vengono mostrati i primi quattro.

Ciascuno dei sottodiagrammi, disposti in riga, rappresenta il modo di vibrare associato alla frequenza corrispondente. All'interno di ogni sottodiagramma le altezze delle barre identificano l'entità dell'allungamento di ciascuna molla in corrispondenza dell'i-esimo modo di vibrare. Il segno di ogni barra è irrilevante, dal momento che indica semplicemente se il relativo elemento elastico è in compressione (+) o trazione (-).

Nel primo sottodiagramma della figura 5 (a frequenza 0 Hz) si riconosce il moto rigido del sistema in cui tutti gli elementi

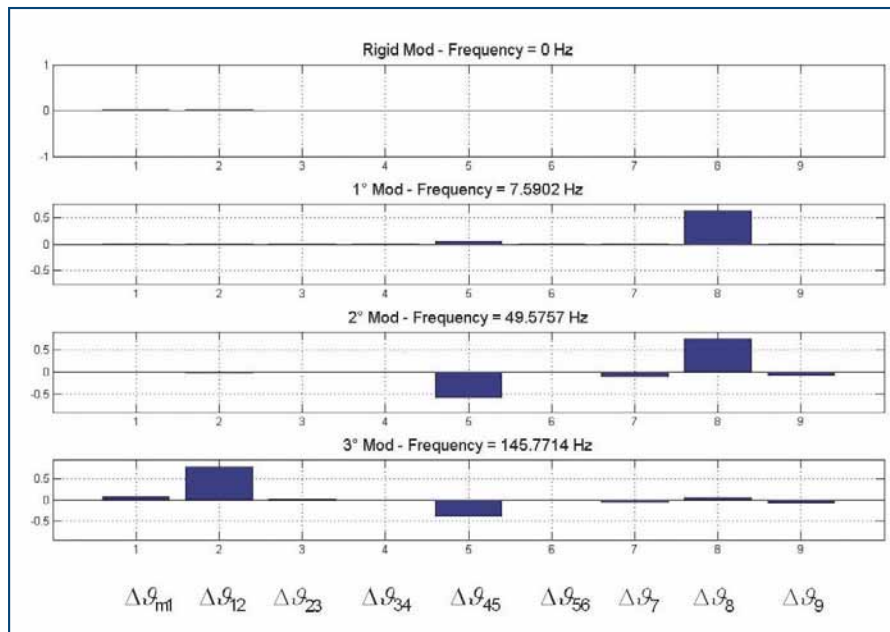


Figura 5 - Analisi grafica dei modi di vibrare

inerziali si muovono alla stessa velocità del motore. Tutti gli allungamenti delle molle infatti sono prossimi allo zero e tutti i componenti della trasmissione si muovono in fase.

Dall'analisi del primo modo di vibrare (7.59 Hz) si osserva come sia predominante il contributo imputabile al cedimento ΔL_8 , introdotto dalla molla che vincola a terra la scatola del riduttore. La prima frequenza naturale è dunque imputabile prevalentemente al moto longitudinale (y_8) del riduttore, eccitato dalla componente radiale della forza generata dall'accoppiamento dentato tra il pignone e la ruota dentata solidale al carico. Questa informazione è ovviamente di estrema importanza per i progettisti meccanici, perché consente di identificare i componenti della catena di trasmissione direttamente responsabili della perdita di prestazioni dinamiche della macchina utensile. Un intervento diretto su questi componenti si può quindi rilevare di grande utilità per migliorare le prestazioni del sistema.

In modo analogo possono essere interpretati i sottodiagrammi corrispondenti al secondo e al terzo modo di vibrare. In particolare si nota come nella risonanza a 49.57 Hz assuma influenza la rigidità del mozzo che collega la ruota elicoidale al pignone. Nell'ultimo sottodiagramma riportato (relativo alla frequenza a 145.77 Hz), invece, risulta evidente l'ef-

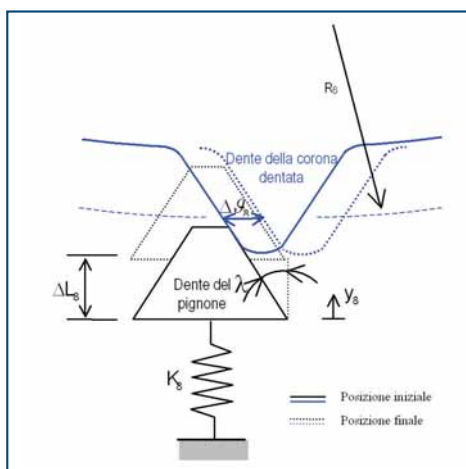


Figura 6 - Influenza cinematica della traslazione della scatola

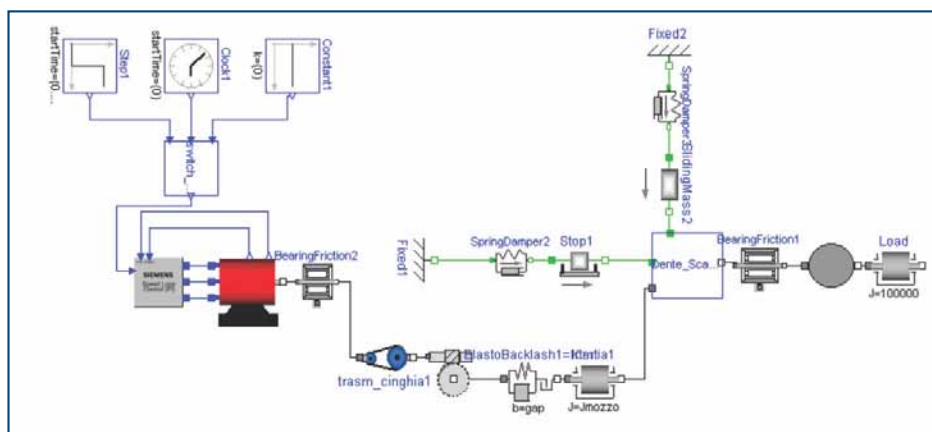


Figura 7 - Simulatore Dymola della trasmissione

fetto della deformabilità della cinghia. Va infine ricordato che, per poter confrontare allungamenti eterogenei, è necessario attribuire a ciascun cedimento lineare un corrispondente effetto rotazionale, mediante rigorose operazioni geometriche e tenendo conto dei vari rapporti di riduzione.

A titolo esemplificativo si riporta nella figura 6 il caso dell'allungamento della molla a terra ΔL_8 , collegata alla scatola del riduttore, che corrisponde ad un cedimento torsionale $\Delta \theta_8$ della tavola portapezzi:

$$\Delta \theta_8 = \frac{\Delta L_8 \tan(\lambda)}{R_6} n_{tot} \quad (5)$$

λ	Angolo di pressione del dente
n_{tot}	Rapporto di trasmissione totale
R_6	Raggio della corona dentata
ΔL	Spostamento lineare
$\Delta \theta$	Spostamento angolare

Tabella - Grandezze presenti nell'espressione (5)

Modellazione orientata agli oggetti

Pur essendo essenziale per l'analisi modale e in particolare per l'analisi descritta nella sezione *Analisi Modale*, il modello lineare non è del tutto adeguato a rappresentare i complessi comportamenti della trasmissione, chiaramente connessi ad effetti non lineari. Si è quindi sviluppato un modello di simulazione dettagliato della trasmissione in ambiente Dymola. Dymola, che supporta il linguaggio di

modellazione orientato agli oggetti Modelica, consente di assemblare la simulazione in modo molto naturale, grazie al paradigma a-causale implicito nella connessione dei moduli

attraverso interfacce fisiche. Si possono sia sfruttare le librerie disponibili di modelli Modelica, sia aggiungere nuovi modelli. Si può quindi complicare progressivamente il modello, al fine di riprodurre più fedelmente possibile i dati sperimentali raccolti sulla macchina reale. Per esempio si è introdotto il modello del motore brushless comprensivo dell'azionamento, e i modelli dell'attrito e dei giochi negli accoppiamenti. La figura 7 mostra il livello più alto del simulatore

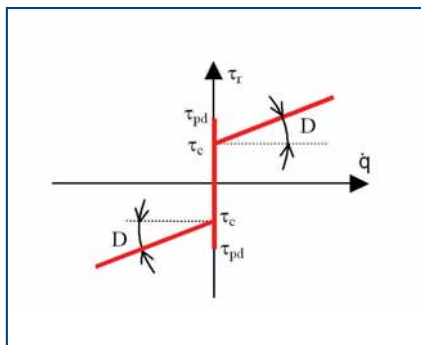


Figura 8 - Modello dell'attrito

per introdurre l'effetto non lineare necessario per interpretare il dato sperimentale, e non sono state considerate ulteriori complicazioni del modello dell'attrito nel presente lavoro.

Validazione del modello

La validazione del modello è stata condotta confrontando i risultati sperimentali, raccolti sulla macchina grazie ad alcune



Figura 9 - Blocco "Bearing Friction" di Modelica

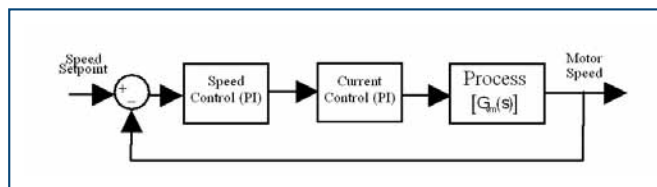


Figura 11 - Anello di controllo di velocità

funzionalità disponibili nel CNC, con i risultati forniti dal simulatore.

Si sono confrontate sia risposte nel dominio del tempo, sia risposte in frequenza, facendo riferimento all'anello di controllo di velocità (cfr figura 11). Come è d'uso nei sistemi di controllo del moto industriali, l'anello di velocità è chiuso lato motore e le misure di velocità sono in effetti derivazioni numeriche di misure di posizione ottenute da un encoder. Si utilizza un regolatore PI (Proporzionale Integrale), della cui taratura non ci si occuperà nel seguito, essendo lo scopo dell'analisi esclusivamente la validazione del modello.

Anzitutto si è identificata la risposta in frequenza in anello chiuso. A questo scopo si è utilizzato un segnale eccitante (rumore bianco) come segnale di riferimento dell'anello. L'apposita funzionalità del CNC calcola ampiezza e fase della

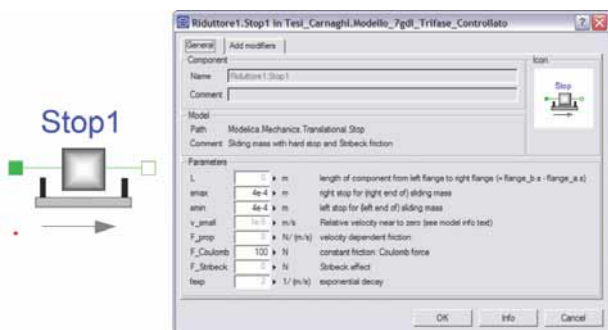


Figura 10 - Blocco "Stop" di Modelica

Dymola della trasmissione.

La modellazione dell'attrito statico e Coulombiano è particolarmente importante per riprodurre correttamente i dati sperimentali. L'attrito è stato modellato con il classico modello discontinuo rappresentato in figura 8.

Nell'ambiente Dymola questo effetto non lineare può essere modellato usando i blocchi "Bearing Friction" (figura 9) e "Stop" (figura 10), rispettivamente per i giunti rotazionali e traslazionali. Sono anche disponibili modelli più sofisticati, che tengono conto anche dei micro spostamenti a velocità prossime a zero. Tuttavia il modello classico si è rivelato adeguato

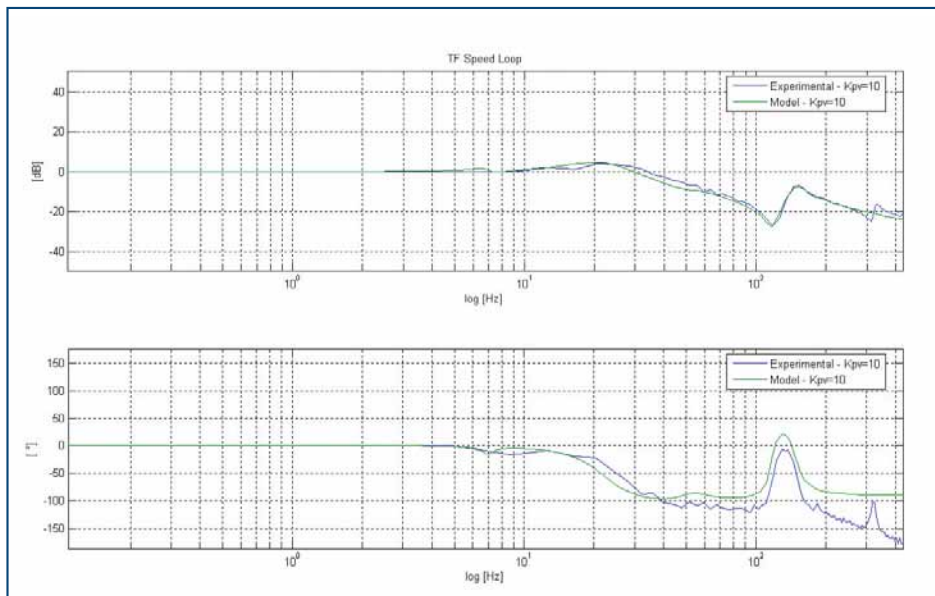


Figura 12 - Confronto tra le risposte in frequenza del modello e sperimentale

risposta in frequenza, che sono state confrontate con le stesse quantità valutate sul modello lineare descritto nella sezione *Modello analitico della trasmissione*. Come si evince dalla figura 12, i diagrammi analitici approssimano bene quelli sperimentali nella banda fino a 300 Hz, mostrando in particolare un'ottima ricostruzione dell'antirisonanza e della risonanza nel diagramma di Bode del modulo, collocate rispettivamente a 120 Hz e a 150 Hz.

Per quanto riguarda i confronti nel dominio del tempo, è stata simulata la risposta del sistema ad un impulso di velocità della durata di 1 s: partendo da condizioni di quiete, si fornisce dapprima un setpoint di velocità negativo. Dopo 1 s il setpoint di

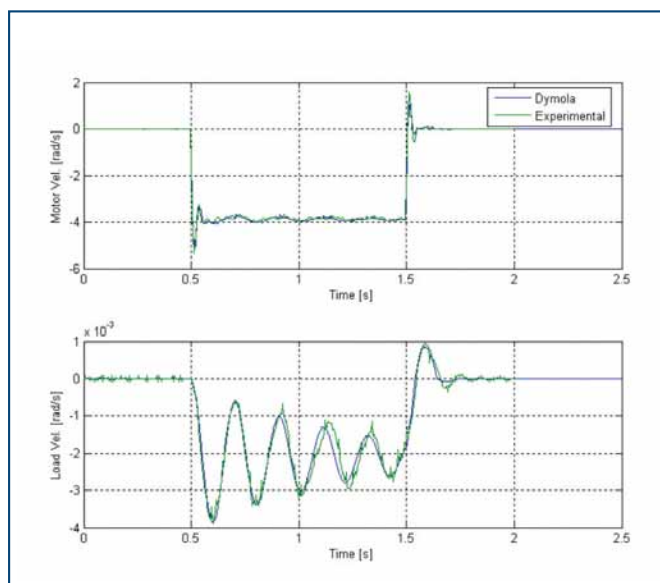


Figura 13 - Confronto tra le risposte temporali simulate e sperimentali (in alto: velocità del motore; in basso: velocità del carico)

velocità è riportato a zero. Si è utilizzato il modello completo realizzato in linguaggio Modelica per confrontare le uscite del simulatore con i risultati sperimentali.

La figura 13 mostra il confronto: il diagramma in alto rappresenta la velocità motore, quello in basso la velocità del carico. Come si può vedere, la corrispondenza tra i dati simulati e sperimentali è eccellente. Si noti in particolare che la velocità del carico mostra un comportamento asimmetrico, dal momento che la dinamica conseguente all'applicazione dei due gradini è decisamente differente.

Questo comportamento è stato catturato dal modello di simulazione grazie all'introduzione degli effetti non lineari indotti dall'attrito.

Infine si osservi che il confronto tra le velocità del motore e del carico nella figura 13 suggerisce il fatto che il controllore PI dell'anello di velocità sia stato tarato su una banda passante eccessivamente ampia, dal momento che il controllo della velocità del motore è caratterizzato da una dinamica estremamente veloce, mentre il carico oscilla (dopo il primo scalino) a una frequenza corrispondente alla prima antirisonanza del sistema, ovvero alla cosiddetta frequenza "a rotore bloccato".

Conclusioni

Migliorare le prestazioni dinamiche nel controllo di macchine utensili è possibile solo se è disponibile un modello, almeno di prima approssimazione, del sistema meccanico. In effetti le limitazioni alle prestazioni sono correlate ai primi modi vibratorii del sistema, generalmente associati ad alcuni elementi cedevoli nelle catene di trasmissione dal motore all'asse attuato. Mentre l'identificazione delle frequenze di risonanza è relativamente facile, grazie agli strumenti forniti dai CNC commerciali, è molto più complesso formulare modelli della catena di trasmissione adatti a riprodurre i dati sperimentali, e selezionare i componenti della trasmissione che sono principalmente responsabili dei primi modi risonanti. Nel presente lavoro si sono discusse queste problematiche, dettagliando il modello di una trasmissione complessa usata in una macchina utensile e proponendo una metodologia, basata sull'analisi modale, per quantificare il contributo di ciascun elemento cedevole della trasmissione a ciascun modo di vibrazione. Il simulatore risultante è uno strumento utile per valutare nuove scelte di progetto ottenute come risultato dell'analisi modale proposta.

Riferimenti

- [1] E. Coelingh, T. De Vries, R. Koster, "Assessment of mechatronic system performance at an early design stage", *IEEE/Asme Transactions on Mechatronics*, Vol. 7, pp. 269-279, 2002.
- [2] G. Ferretti, G. Magnani, P. Rocco, "Load behavior concerned PID control for two-mass servo systems", *IEEE/Asme International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, Kobe, pp. 821-826, 2003.
- [3] G. Ferretti, G. Magnani, P. Rocco, "Virtual prototyping of mechatronic systems", *Annual Reviews in Control*, Vol. 28, pp. 193-206, 2004.
- [4] G.C. Goodwin, A.R. Woodyatt, R.H. Middleton, J. Shim, "Fundamental limitations due to $j\omega$ -axis zeros in SISO systems", *Automatica*, Vol. 35, pp. 857-863, 1999.
- [5] J. Hewit, "Mechatronics design-The key to performance enhancement", *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 19, pp. 135-142, 1996.
- [6] S.E. Mattsson, H. Elmqvist, M. Otter, "Physical system modeling with Modelica", *Control Engineering Practice*, Vol. 6, pp. 501-510, 1998.
- [7] R.H. Middleton, J.K. Ward, J.S. Freudenberg, A.R. Woodyatt, "Performance limitations in the feedback control of a class of resonant systems", *IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 1845-1850, 1999.
- [8] G. Reinhart e M. Weissenberger, "Multibody simulation of machine tools as mechatronic systems for optimization of motion dynamics in the design process", *IEEE/Asme International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, Atlanta, pp. 605-610, 1999.
- [9] J. Van Amerongen, "Mechatronic design", *Mechatronics*, Vol. 13, pp. 1045-1066, 2003. ■