

Studio delle tecniche di ottimizzazione per la taratura di regolatori Pid

Massimiliano Veronesi

Il presente articolo fornisce gli elementi per valutare le prestazioni delle tecniche di ottimizzazione tipicamente proposte per la taratura dei regolatori Pid. I risultati delle principali, tra queste metodologie, vengono ripresi con una notazione unificata, per poi analizzarne le prestazioni in base a due parametri normalmente utilizzati per esprimere le specifiche sui sistemi di controllo: la pulsazione critica e il margine di fase. Alcune simulazioni, senza pretesa di massima generalizzazione, completano il quadro. Infine viene illustrato un esempio di come tali tecniche vengano proposte su strumenti e sistemi di controllo disponibili in commercio.

Keyword

Pid, taratura, ottimizzazione, auto-sintonia

I regolatori di tipo Pid (Proporzionale, Integrale, Derivativo) sono tuttora largamente utilizzati in ambito industriale a causa di un rapporto costi/benefici difficilmente ottenibile con altre tecniche. Si veda ad esempio [1] per una trattazione completa dell'argomento.

Tuttavia, molto spesso, gli operatori addetti ricavano manualmente i valori dei parametri P-I-D, sulla base della loro esperienza e conoscenza del processo da controllare.

È evidente che una taratura manuale può essere onerosa in termini di tempo richiedendo in generale molte prove ed inoltre, essendo lasciata esclusivamente all'abilità dell'operatore, può risultare ben lungi dal soddisfare un certo criterio di ottimalità. Per questo motivo è di aiuto avere a disposizione formule che consentano di determinare i parametri del regolatore sulla base della funzione di trasferimento stimata del processo da controllare.

Innumerevoli sono le tecniche di taratura per i regolatori Pid proposte nel corso degli ultimi 50 anni, ciascuna ottenuta in base a:

- La selezione di una certa famiglia di processi da controllare. Tipicamente, in ambito industriale, si fa riferimento ai semplici ma comuni processi di tipo Fopdt (First Order Plus Dead Time) modellizzabili cioè attraverso le funzioni di trasferimento

$$\frac{\mu \cdot e^{-sL}}{1 + sT}$$

- La specifica di un certo criterio di progetto (ovvero l'asse-

gnazione di certi requisiti per il sistema in anello chiuso). Tipicamente, in questo caso, si fa riferimento alla pulsazione critica (ω_c) e al margine di fase (ϕ_m) della funzione di trasferimento d'anello, attraverso le quali si giudicano rispettivamente la prontezza e la robustezza del sistema retroazionato; non va poi dimenticato che, quando la dinamica in anello chiuso può essere espressa con buona approssimazione da una funzione di trasferimento con due poli coincidenti in $s = -\omega_c$, lo smorzamento risulta proporzionale al seno della metà del margine di fase che quindi può dare indicazioni anche circa le oscillazioni della variabile da controllare durante il transitorio. Ciò tuttavia richiede che l'utilizzatore padroneggi questi concetti per essere in grado di assegnare a tali parametri dei valori associati a prestazioni soddisfacenti del sistema controllato. In questo contesto si inquadrano allora le tecniche di ottimizzazione, basate sulla ricerca del migliore valore di una certa funzione dei parametri da sintonizzare. Tipicamente si utilizzano:

$$I_{ae} = \int |e(t)| dt$$

$$I_{se} = \int e^2(t) dt$$

$$I_{tae} = \int t|e(t)| dt$$

$$I_{ste} = \int t^2 e^2(t) dt$$

ove $e(t) = y^0(t) - y(t)$ rappresenta la differenza tra il *setpoint* e il valore attuale della variabile da controllare.

Questi funzionali assumono diversi valori a secondo dei parametri Pid utilizzati. Il set di parametri in corrispondenza del quale essi assumono il valore minore è quello che dà le

M. Veronesi, Industrial Automation Division, Yokogawa Italia Srl

migliori prestazioni agli effetti della cifra di merito prescelta. La presenza del fattore tempo nel funzionale da minimizzare conferisce la giusta importanza anche al tempo di salita, oltre che all'entità delle sovraelongazioni. È chiaro come tale procedura possa attuarsi solo riuscendo ad esplicitare le espressioni delle cifre di merito in funzione dei parametri del regolatore e di quelli del processo, per poi poterne calcolare il minimo (attraverso uno studio delle sue derivate).

Alternativamente si può anche lanciare una procedura euristica di ricerca del minimo simulando ad ogni iterazione l'andamento del sistema in anello chiuso con un diverso valore dei parametri Pid e salvandoli solo se il relativo valore assunto dalla cifra di merito prescelta risulta minore di quello associato ai parametri precedentemente salvati. Anche in questo caso, comunque, risulta necessario disporre di un modello affidabile del processo. Inoltre è opportuno studiare un metodo per far variare i valori di (K_p , T_i , T_d) in modo da non perdere tempo in zone poco promettenti dello spazio dei parametri (ove la cifra di merito non migliora) e da sfuggire ad eventuali insidiosi minimi locali.

Si riportano qui di seguito alcune tabelle relative all'ottimizzazione condotta su due tipici criteri di valutazione attraverso il metodo di ricerca nello spazio dei parametri che persegue ad ogni iterazione la direzione del gradiente della funzione da ottimizzare [2] oppure attraverso metodi di ricerca basati su algoritmi genetici.

In tutti i casi si fa riferimento alla versione pura dell'algoritmo Pid, nella sua formulazione standard in parallelo (non interagente):

$$u(t) = K_p \cdot \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right)$$

Inoltre il migliore valore dei parametri viene ricavato separatamente per ottimizzare l'inseguimento del setpoint e la rie-

zione del disturbo sul carico che, come è noto, sono problemi diversi che conducono generalmente a requisiti diversi per il sistema di controllo.

I risultati ottenibili attraverso questo approccio non si prestano ad essere facilmente espressi in forma chiusa e si rende necessario considerare le seguenti espressioni (valide per processi di tipo Fopdt):

$$K_p = \frac{a_1}{\mu} \cdot \left(\frac{L}{T} \right)^{b_1}, \quad T_i = \frac{T}{a_2 + b_2 \cdot (L/T)}, \quad T_d = a_3 T \cdot (L/T)^{b_3}$$

dove i valori dei coefficienti a_1 , b_1 , a_2 , b_2 , a_3 , b_3 sono riportati in tabella 1.

Per quanto riguarda le cifre di merito I_{ae} e I_{te} si riportano invece, nella tabella 2, le formule proposte in [3] e in [4] relative ancora una volta ai processi di tipo Fopdt.

In questo caso i parametri dell'algoritmo Pid vengono espressi nel seguente modo:

$$k_p = \frac{a_1}{\mu} \left(\frac{T}{L} \right)^{b_1}$$

$$T_d = a_3 T \left(\frac{L}{T} \right)^{b_3}$$

$$T_i = \begin{cases} \frac{T}{a_2 - b_2 L/T} & \text{per inseguimento} \\ \frac{T}{a_2} \left(\frac{L}{T} \right)^{b_2} & \text{per rieazione disturbo sul carico} \end{cases}$$

Analisi delle prestazioni

Le tecniche di ottimizzazione sono potenzialmente in grado di fornire la migliore taratura possibile, relativamente ad un certo criterio di valutazione delle prestazioni ed inoltre si pre-

sta per incorporare nel problema di ottimizzazione anche eventuali specifiche di vincolo, rappresentate da opportune equazioni o disequazioni che i valori dei parametri devono soddisfare.

Tuttavia in questo modo, come sempre accade per le regole di taratura espresse in forma tabellare, si perdono un po' di vista i tradizionali parametri con i quali si usano giudicare le prestazioni del sistema di controllo, ovvero la pulsazione critica e il margine di fase

Tenendo presente che le tecniche di ottimizzazione non sono state concepite per soddisfare dei requisiti sulla pulsazione critica e sul margine di fase, può essere comunque utile verificare l'andamento di questi due parametri al variare del rapporto di controllabilità L/T , pur di rimanere

Tabella 1 - valori dei coefficienti per ottimizzazione I_{se}/I_{ste} (processi Fopdt)

Parametri PI	min(I_{se})		min(I_{ste})	
	Inseguimento Setpoint	Rieazione disturbo sul carico	Inseguimento Setpoint	Rieazione disturbo sul carico
a_1	0,980	1,279	0,712	1,015
b_1	-0,892	-0,945	-0,921	-0,957
a_2	0,690	0,535	0,968	0,667
b_2	-0,155	-0,586	-0,247	-0,552

Parametri Pid	min(I_{se})		min(I_{ste})	
	Inseguimento Setpoint	Rieazione disturbo sul carico	Inseguimento Setpoint	Rieez. disturbo sul carico
a_1	1,260	1,473	1,053	1,468
b_1	-0,887	-0,970	-0,930	-0,970
a_2	0,701	1,115	0,736	0,942
b_2	-0,147	-0,753	-0,126	-0,725
a_3	0,375	0,550	0,349	0,443
b_3	0,886	0,948	0,907	0,939

Tabella 2 - valori ottimi dei parametri PI/Pid per minimizzazione Iae/Itae

PI	min(Iae)		min(Itae)	
	Inseguimento Setpoint	Reiez. Disturbo sul carico	Inseguimento Setpoint	Reiez. Disturbo sul carico
a ₁	0,758	0,984	0,586	0,859
b ₁	0,861	0,986	0,916	0,977
a ₂	1,020	0,608	1,030	0,674
b ₂	0,323	0,707	0,165	0,680
Pid	min(Iae)		min(Itae)	
	Inseguimento Setpoint	Reiez. Disturbo sul carico	Inseguimento Setpoint	Reiez. Disturbo sul carico
a ₁	1,086	1,435	0,965	1,357
b ₁	0,869	0,921	0,850	0,947
a ₂	0,740	0,878	0,796	0,842
b ₂	0,130	0,749	0,1465	0,738
a ₃	0,348	0,482	0,308	0,318
b ₃	0,914	1,137	0,929	0,995

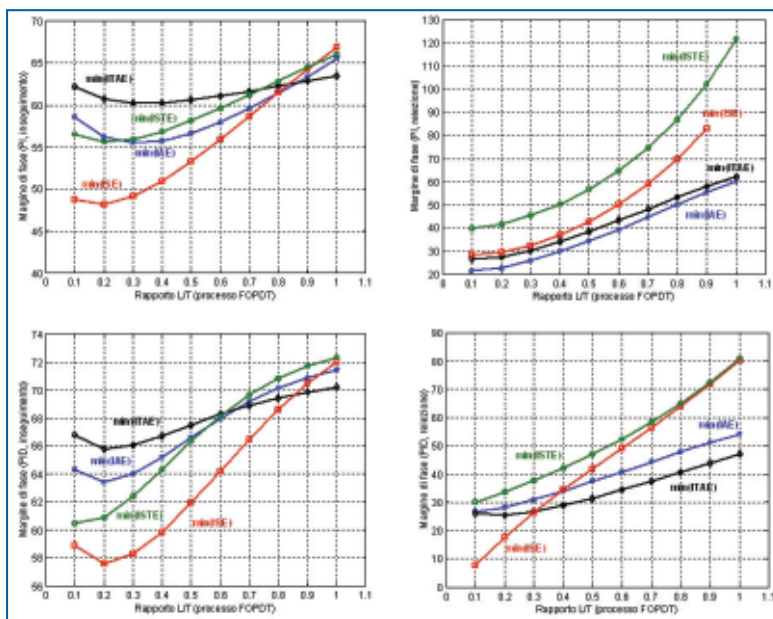


Figura 1 - Margine di fase ottenibile le diverse tecniche di ottimizzazione

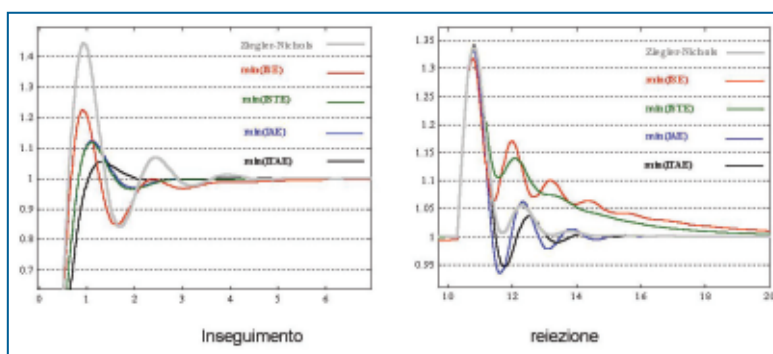


Figura 2 - Prestazioni ottenibili con alcune tecniche di ottimizzazione

nell'ambito dei processi controllati efficacemente da regolatori di tipo Pid (ovvero per $0 < L/T < 1$) utilizzando appunto le tarature suggerite dalle tecniche di ottimizzazione.

Nelle figure 1 e 3 sono riportati tali andamenti e da un loro esame si possono fare le seguenti considerazioni: le varie formule proposte consentono di ottenere un margine di fase crescente con L/T ; il margine di fase ottenibile con un Pid è in generale minore rispetto a quello ottenuto con un semplice PI; il margine di fase ottenibile ottimizzando la reiezione del disturbo sul carico è in generale minore rispetto a quello ottenuto ottimizzando l'inseguimento del setpoint; le tecniche basate su cifre di merito in cui l'errore compare al quadrato sono in generale meno robuste nell'inseguimento del setpoint ma più robuste nella reiezione dei disturbi sul carico; la pulsazione critica decresce con L/T in modo praticamente uguale per le varie metodologie, fermo restando che min(Ise) consente di raggiungerne di superiori (in corrispondenza con il fatto che risulta spesso la tecnica meno robusta).

Per riferirsi a qualche cosa di ben noto a chiunque si sia interessato di regolazione Pid, con la tradizionale tecnica di Ziegler-Nichols (progettata per ottenere una soddisfacente reiezione dei disturbi e un rapporto di decadimento pari a $1/4$ si hanno escursioni più ampie del margine di fase, che varia piuttosto linearmente da 20° a 90° per $0,1 < L/T < 1$; per contro la pulsazione critica, che diminuisce con andamento analogo a quella ottenibile con le tecniche di ottimizzazione, risulta più bassa per bassi valori del rapporto L/T .

Data la notevole differenziazione tra i vari casi, non ha molto senso presentare degli andamenti comparativi per le diverse tecniche di ottimizzazione. Tuttavia, a titolo puramente esemplificativo e senza pretesa di generalità alcuna, si riportano in figura 2 i risultati ottenibili il processo con guadagno e costante di tempo unitari e con $L = 0,3$ s controllato da un regolatore di tipo PI. I risultati presuppongono che l'utilizzatore disponga di un modello del processo (che può essere desunto dalle leggi fisiche che lo governano o da esperimenti di identificazione). Si tenga presente, infine, che tutte le simulazioni riportate fanno riferimento al caso ideale in cui sia il processo che il regolatore possono essere descritti da funzioni di trasferimento di tipo continuo, non siano presenti saturazioni o altre non-linearità degli attuatori e il rumore sulle misure sia nullo.

Riportando infine in un grafico a dispersione le varie coppie $(\phi_m; \omega_c)$ ottenute si ottengono delle

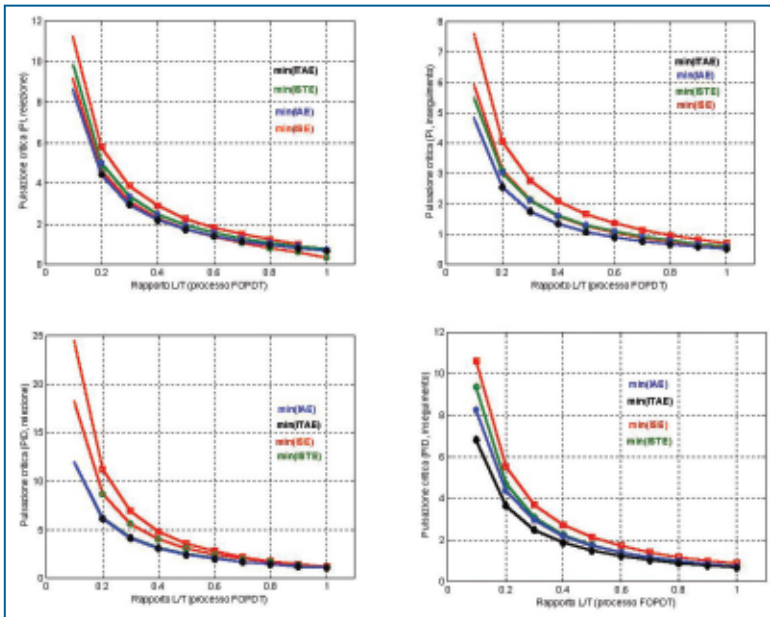


Figura 3 - Pulsazione critica ottenibile le diverse tecniche di ottimizzazione

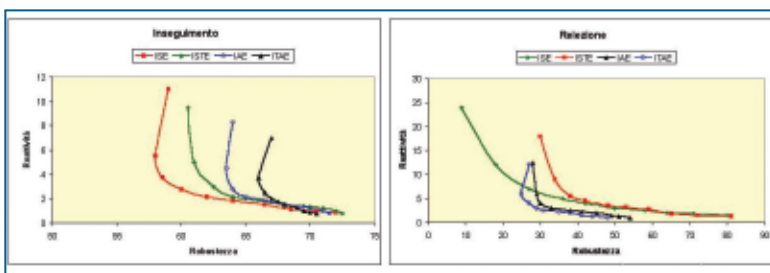


Figura 4 - Relazioni tra reattività e robustezza

interessanti rappresentazioni visive della relazione tra reattività e robustezza che le diverse tecniche di ottimizzazione consentono di ottenere: si noti in figura 4 come le cifre di merito in cui l'errore compare al quadrato siano associate ad una maggiore variabilità delle prestazioni mentre quelle in cui esso è in valore assoluto siano più conservative (confinata in una regione più piccola del piano).

Auto-sintonia con tecniche di ottimizzazione

Le tabelle di taratura forniscono risultati precisi ma il prezzo da pagare è quello della conoscenza analitica del processo da controllare. Per questo motivo il loro impiego non è sempre sfruttato e gli operatori di sala controllo si riducono a tarare l'algoritmo sulla base dell'esperienza e di considerazioni qualitative.

Allo scopo di rendere meno "artigianale" la taratura dei guadagni del Pid, i regolatori in commercio al giorno d'oggi offrono quasi tutti la funzionalità di autosintonia. In pratica, su richiesta dell'utente (da qui il nome di *tuning on demand* o *one shot tuning*) il regolatore fa variare in qualche modo la variabile di controllo al fine di ricavarne alcuni parametri del processo utili per poi tarare l'algoritmo Pid. Non si tratta di un vero e proprio

modello del sistema da controllare ma in compenso alcuni semplici parametri della risposta del processo sono relativamente facili da ricavare e da essi si può ricavare un modello approssimato del sistema sufficiente agli scopi del controllo.

Fissata la struttura dell'algoritmo (Pid) e la tipologia di sistema da controllare (modello), le varie tecniche di auto-sintonia si differenziano principalmente per le formule di taratura impiegate e per il metodo attraverso il quale si ricavano i parametri del processo. Tenendo presente però che poi la procedura di *autotuning* deve funzionare per una vasta gamma di processi ai quali il regolatore può essere applicato, si comprende come in generale il risultato che si ottiene sia piuttosto conservativo. Tuttavia, i parametri ottenuti sono spesso per l'operatore un buon punto di partenza dal quale ottenere facilmente una taratura che fornisca prestazioni soddisfacenti.

Le stesse tecniche utilizzate per il tuning on demand possono essere impiegate per la *self-tuning* ovvero per la procedura di adattamento automatico dei parametri del regolatore in base alle condizioni operative del processo.

Questa è l'idea base del controllo adattativo, che porta molto lontano dall'algoritmo Pid e del quale, pertanto, in questa sede non si può certo dare una trattazione completa. Le innumerevoli tecniche presenti sia in letteratura che in commercio fanno generalmente riferimento ad uno schema concettuale come quello illustrato in figura 5.

Ancora una volta restringere il campo all'algoritmo Pid implementandone una funzionalità di sintonia adattativa (*self-tuning*) dei parametri risulta essere un utile compromesso che richiede conoscenze teoriche limitate e consente al meccanismo di rimanere "trasparente" per l'operatore; egli può così utilizzare uno schema di controllo che gli è familiare e del quale pertanto gli è agevole interpretare il comportamento. Nel semplice caso dell'algoritmo Pid, si tratta infatti essenzialmente di identificare i parametri del processo attraverso un opportuno algoritmo e di procedere poi alla ri-taratura dei parametri K_p , T_i , T_d sulla base delle preferenze specifiche di prestazione. Una volta identificati i parametri del sistema da controllare il Pid deve essere tarato sulla base del criterio di specifica desi-

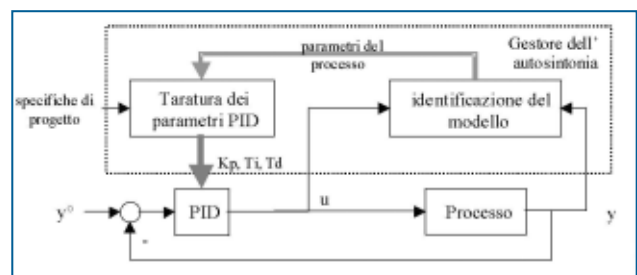


Figura 5 - Controllo adattativo

derato applicando la relativa regola di taratura selezionata.

Quando l'algoritmo adattativo è in funzione, la risposta del processo viene costantemente monitorata e se il suo comportamento non soddisfa certe specifiche imposte dall'operatore, esso procede ad una nuova taratura dei parametri Pid.

Uno schema di concettuale di un algoritmo di self-tuning può essere pertanto quello illustrato in figura 6, disponibile su strumentazione e sistemi di controllo referibili in commercio (ad esempio [6], [7]). In esso è incorporata anche la tecnica di auto-sintonia (On demand Tuning) che si riferisce al caso in cui il processo venga identificato a partire dalla sua

risposta ad uno scalino (la cui ampiezza viene decisa dall'operatore) applicato sulla variabile di controllo (ΔMV). È bene tenere presente che questa fase presuppone comunque di dover indurre una variazione nel processo sotto controllo al fine di analizzarne le caratteristiche osservando il transitorio da regime ad un altro. Poi la variabile di controllo viene riportata al valore precedente. Esso richiede all'operatore di impostare i seguenti parametri:

- NB - banda di rumore entro la quale non si considerano significative le variazioni della variabile di processo (PV, entità delle fluttuazioni ammissibili).
- MI - valore del gradino da applicare sulla variabile di controllo (MV).
- Valori limite dei parametri Pid che l'operatore ritiene non debbano comunque essere superati: Pmax, valore massimo da attribuire alla banda proporzionale ($PB=100/K_p$) al termine della procedura di auto-tuning; Pmin, valore minimo da attribuire alla banda proporzionale ($PB=100/K_p$) al termine della procedura di auto-tuning; Imax, valore massimo da attribuire al tempo integrale (T_i) al termine della procedura di auto-tuning; Imin, valore minimo da attribuire al tempo integrale (T_i) al termine della procedura di auto-tuning; Dmax, valore massimo da attribuire al tempo derivativo (T_d) al termine della procedura di auto-tuning.
- Pidc il coefficiente di aggiornamento dei parametri Pid (compreso tra 0 e 1). I nuovi valori dei parametri Pid verranno calcolati secondo la formula: $New = (1 - Pidc) \times Old + Pidc \times New$.
- OS - tipo di ottimizzazione richiesta: 0, (zero overshoot), indicato per processi ove le sovraelongazioni sono difficilmente tollerabili; 2, min(I_{tae}), che generalmente consente di avere sovraelongazione limitata e tempo di salita ragionevole; 3, min(I_{lae}), che generalmente fornisce un tempo di salita inferiore ma anche una sovraelongazione superiore; 4, min(I_{tse}), che abbrevia ancor di più il tempo di salita a scapito però delle sovraelongazioni.

L'algoritmo può anche essere eseguito senza aggiornare i parametri Pid. In tal caso il sistema mostrerà solamente i nuovi valo-

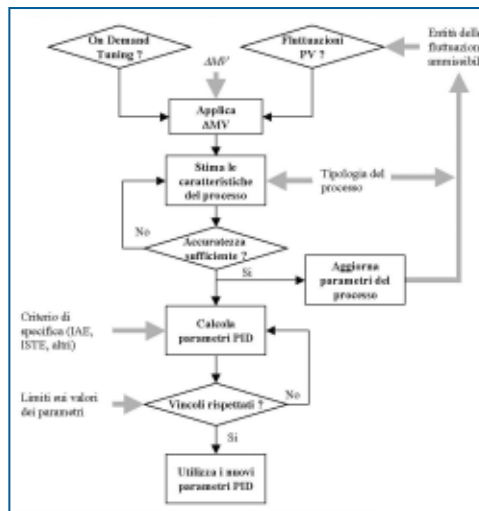


Figura 6 - Algoritmo di "Self-Tuning"

ri calcolati (indicandoli come PA, IA, DA) all'operatore, il quale deciderà se renderli operativi o meno. In modo analogo l'algoritmo restituisce le stime da lui effettuate del guadagno del processo (GM), della sua principale costante di tempo (TM) e del suo tempo morto (LM), congiuntamente a un coefficiente di accuratezza della stima (CR) basato sull'errore quadratico medio tra uscita del modello identificato e variabile di processo. A scapito quindi di una certa necessità di configurazione da parte dell'operatore, l'algoritmo implementato consente quindi di parametrizzare l'Auto-Tuner orientandone così l'azione secondo le prestazioni che interessano perseguire. Questa flessibilità ha consentito all'algoritmo

di essere impiegato con successo in molte applicazioni ove i parametri del processo non rimangono sempre costanti, a causa del mutare delle condizioni operative; ne sono un esempio: i controlli di temperatura di parti metalliche aventi capacità termiche e/o coefficienti di scambio termico differenti; i controlli di pH, o di reazioni chimiche non lineari in genere; i controlli di variabili affette da ritardo di trasporto contenuti ma non costanti (a causa di portate o viscosità differenti); i controlli di grandezze influenzate anche da altri loop (anelli interagenti). In ogni caso comunque lo stato dei dispositivi sull'impianto difficilmente rimane costante nel corso del normale esercizio; pertanto le tecniche di auto-sintonia, adattandosi alle mutevoli condizioni operative, consentono di contenere l'effetto negativo di tali cambiamenti e quindi di mantenere buone le prestazioni controllo senza richiedere interventi particolari da parte degli operatori. Oscillazioni più contenute e tempi di assestamento più brevi spesso si traducono in minori sprechi e quindi in ritorni economici per l'impianto.

Bibliografia

- [1] M. Veronesi, *Regolazione Pid. Fondamenti di teoria, algoritmi di taratura, applicazioni di controllo*, Ed. Franco Angeli, 2002.
- [2] M.Zhuang, D. P. Atherton, "Automatic tuning of optimum Pid controllers", *Iee Proceedings*, Part D, Vol.140, 1993.
- [3] P.W. Murrill, *Automatic control of processes*, International Textbook Co., 1967.
- [4] A. A. Rovira, P. W. Murrill, C. L. Smith, *Instruments and control systems*, Nr. 42, December 1969, pp.67-69.
- [5] A. Leva, "Metodi di autosintonia", *Atti di Giornata di Studio su Regolatori PID avanzati per processi industriali: realtà e prospettive*, Anipla, 1995.
- [6] *Yokogawa CS3000 Instruction Manual IM 33S01B30-01E 8th Edition*, Dec.21, Sez. D1 pp.132-181, 2001.
- [7] "Intelligent Setf-Tuning Controllers", Yokogawa Technical Information TI 1B7C0-01E, Feb. 1992.