

Metodo sequenziale per l'allocazione ottimale dei sensori di misura

Riccardo Muradore, Fabrizio Bezzo,
Massimiliano Barolo

L'accuratezza delle stime di qualità di prodotto nel monitoraggio dei sistemi produttivi risulta legata alla posizione dei sensori di misura utilizzati. In questo lavoro viene proposta una nuova metodologia per l'allocazione ottimale dei sensori. Uno stimatore lineare statico di qualità, basato sull'allocazione ottima, viene progettato utilizzando le tecniche degli stimatori a minima varianza. Questo approccio, che non necessita di un modello a principi primi del sistema, è applicato a due sistemi tipici dell'industria di processo: un reattore tubolare e una colonna di distillazione discontinua.

Keyword

Sensori di misura, regressione multivariabile, controllo statistico di processo

Un problema comune nel monitoraggio e nel controllo di processo nell'industria chimica riguarda l'allocazione ottimale dei sensori di misura. Spesso la qualità di un prodotto è definita da variabili (dette primarie) la cui misura in linea non è disponibile (ad esempio la composizione di una corrente, il peso molecolare di un polimero, la viscosità di una fibra ecc.). Tali variabili devono pertanto essere stimate in linea impiegando altre misure (dette secondarie), che in linea risultino invece essere disponibili facilmente, a basso costo, con elevata precisione e bassi tempi di risposta (ad esempio portate, temperature, livelli ecc.). Il numero e la posizione dei sensori di misura secondaria possono influenzare notevolmente l'accuratezza di stima delle variabili primarie, e - con essa - anche le prestazioni del sistema di monitoraggio e di controllo del processo.

La scelta delle variabili secondarie più convenienti per lo sviluppo di uno stimatore di linea è un problema ben noto, che si presenta sia quando si debba progettare ex-novo il sistema di misura di un impianto (e quindi quando si debba scegliere quale strumentazione di misura acquistare e dove installarla), sia quando i sensori di misura sono già disponibili nell'impianto e si voglia semplicemente selezionare quali tra essi valga maggiormente la pena di impiegare (ri-

dure il numero dei sensori impiegati riduce infatti anche il rischio di esposizione ai loro fuori-servizio). In processi complessi, caratterizzati da molte operazioni e apparecchiature, le misure potenzialmente disponibili possono essere di natura completamente diversa l'una dall'altra. Per ragioni di convenienza descrittiva e di spazio, in questo articolo si considera tuttavia il caso (più semplice) di sistemi costituiti da una sola apparecchiatura e con misure tutte della specie; in particolare, si fa riferimento a un reattore chimico e a una colonna di distillazione batch. In entrambi i casi ci si propone di stimare alcune variabili di qualità dei prodotti a partire da misure di temperatura fornite da termocoppie, il cui numero e la cui collocazione ottimali devono essere determinati.

Problematiche di questo tipo vengono spesso affrontate nella letteratura scientifica utilizzando metodi ad-hoc o ricorrendo a complessi modelli matematici a principi primi, i quali tuttavia non sempre sono a disposizione del processista, o il cui impiego in linea può risultare sconveniente dal punto di vista dei tempi di calcolo. Gli approcci più utilizzati nell'ambito dei reattori tubolari e delle colonne di distillazione sono basati sull'impiego di modelli a principi primi oppure sull'impiego di sole misure. Il primo [1,9,10,11] studia l'osservabilità di un modello meccanistico del processo per evidenziare quali misure fornite ad uno stimatore strutturato (cioè basato sullo stesso modello) risultino più utili nella predizione della composizione dei prodotti. Il secondo [7,12] si basa interamente sui dati (stimatore non strutturato) ed è del tipo a scatola nera (black-box).

L'algoritmo proposto in questo articolo rientra in quest'ultima classe e risulta adatto in tutte le situazioni in cui non esiste (o non si vuole usare in linea) un modello matematico accurato del processo, mentre si dispone di un elevato numero di dati di processo immagazzinati precedentemente.

R. Muradore, F. Bezzo, M. Barolo - Dipic, Dipartimento di Principi e Impianti di Ingegneria Chimica "I. Sorgato", Università di Padova. L'Ing. R. Muradore è Assegnista di Ricerca, l'Ing. F. Bezzo è Ricercatore Universitario, il Prof. M. Barolo è Professore Associato. Le ricerche presentate in questo articolo sono state co-finanziate dal progetto Miur-Prin 2002 "Operability and controllability of middle-vessel distillation columns" (ref. no. 2002095147_002).

Questi dati saranno utilizzati non solo per definire l'allocazione ottimale dei sensori di misura, ma anche per progettare uno stimatore lineare statico delle variabili d'interesse. I principali vantaggi del metodo proposto sono essenzialmente due: non è richiesta nessuna conoscenza a priori del processo, e lo stimatore progettato risulta facile da implementare in linea, richiedendo uno scarso costo computazionale. L'algoritmo proposto è inoltre scritto in forma sequenziale, e permette di ottenere l'allocazione ottimale aggiungendo sensori finché la stima ottenuta non soddisfi prefissati limiti di precisione. Com'è noto, il prezzo da pagare lavorando con stimatori statici lineari di tipo black-box è la possibile perdita d'accuratezza nei sistemi caratterizzati da dinamiche e non linearità molto marcate.

Formulazione del problema

Il problema in studio riguarda la determinazione dell'allocazione ottimale di sensori di temperatura su un reattore tubolare e su una colonna di distillazione batch. In entrambi i casi, l'obiettivo finale è ottenere stime di composizione (o di portata) di un componente utilizzando le sole misure secondarie di temperatura. A partire da un numero finito e normalmente "piccolo" di sensori, si vuole trovare la loro collocazione ottimale, lungo il reattore o sui piatti della colonna di distillazione, allo scopo di ottenere la migliore stima delle variabili di stato non misurate. Si descrivono ora i due casi su cui si applicherà la metodologia che sarà proposta nella successiva sezione.

Reattore tubolare Bma

Nel reattore a letto fisso (reattore Bma nel seguito) avviene l'ossidazione parziale del benzene (B) in anidride maleica (MA). La corrente di alimentazione è composta da aria e benzene. All'interno del reattore avvengono tre reazioni in fase gas, esotermiche e irreversibili, che descrivono la formazione del prodotto desiderato e le combustioni indesiderate. Questo esempio è lo stesso considerato da van den Berg *et alii* [9]. In questo caso il vettore di stato è formato dalla portata molare di benzene (F_B), dalla portata molare di anidride maleica (F_A), dalla temperatura della fase liquida (T_l) e dalla temperatura della fase solida (T_s). La figura 1 mostra il profilo di temperatura della fase liquida nelle condizioni nominali di marcia, e nove sensori di temperatura potenzialmente disponibili lungo il reattore. L'obiettivo è di selezionare il minor numero di sensori tra questi allo scopo di ottenere le stime più accurate possibili delle portate molari di benzene e di anidride maleica all'uscita del reattore.

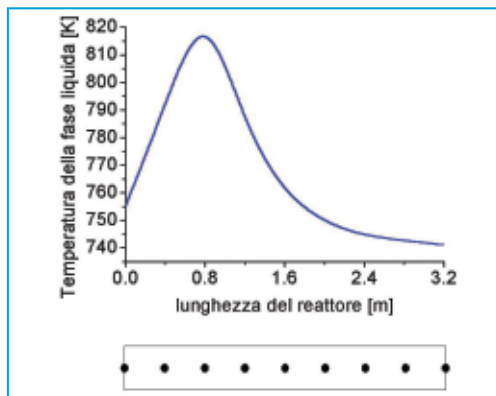
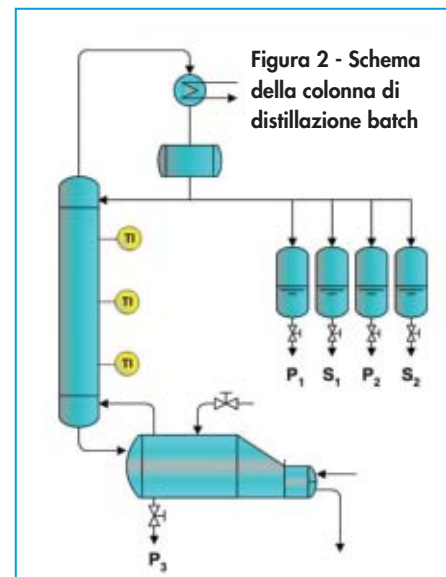


Figura 1 - Profilo di temperatura in condizioni nominali lungo il reattore Bma e posizione delle termocoppie disponibili lungo il reattore

Colonna di distillazione

Si considera la separazione di una miscela ternaria in una colonna di distillazione batch a 20 piatti. La colonna, illustrata nella figura 2, opera secondo una strategia a riflusso costante secondo quanto descritto da Luyben [6]. In questa strategia, la colonna inizialmente funziona a riflusso totale; quando la composizione del distillato raggiunge le specifiche di qualità desiderate, inizia l'estrazione del distillato. I prodotti (P_1 e P_2) e i tagli intermedi (S_1 e S_2) sono sequenzialmente raccolti dalla testa e immagazzinati in recipienti separati. Il prodotto più pesante (P_3) è estratto dalla caldaia alla fine del batch. L'obiettivo del processo è quello di recuperare ciascun componente dell'alimentazione al grado prestabilito di purezza minima. Nel caso studiato, la frazione molare del componente dominante in ciascun prodotto deve essere non inferiore a 0,95. Ulteriori informazioni sul processo sono riportate da Barolo e Berto [3].

Si intende sviluppare un sensore virtuale per la stima istantanea della composizione del prodotto utilizzando misure T_i di temperatura sui piatti della colonna. Il sensore deve stimare la frazione molare dei componenti leggero e intermedio nel distillato ($x_{D,1}$ e $x_{D,2}$ rispettivamente) e la frazione molare del componente pesante nel reboiler ($x_{B,3}$), che sono le composizioni chiave necessarie per il monitoraggio del



processo. L'obiettivo è selezionare quante e quali termocoppie installare in colonna per ottenere in linea le più accurate stime possibili delle composizioni desiderate.

Regressione multivariata

Gli ingressi (variabili secondarie) e le uscite (variabili primarie) nei due esempi descritti nella sezione precedente sono riassunti per comodità nella tabella 1, dove z_i è la posizione spaziale lungo il reattore (che ha lunghezza L), t è il tempo, e il simbolo $\hat{}$ rappresenta una grandezza stimata.

Allo scopo di utilizzare la stessa no-

Tabella 1

Casi in studio	Ingressi (X)	Uscite (Y)
Reattore Bma	$T_f(z_1,t); \dots; T_f(z_n,t)$	$F_A(L,t); F_B(L,t)$
Colonna di distillazione	$T_f(t); \dots; T_f(t)$	$x_{D,1}(t); x_{D,2}(t); x_{B,3}(t)$

Ingressi e uscite dei problemi di regressione multivariata in studio

tazione in entrambi gli esempi, si utilizzerà la lettera x per rappresentare il vettore delle variabili misurate (ingressi) e la lettera y per il vettore delle variabili da stimare (uscite). Assumendo che la relazione tra queste variabili sia circa lineare, si avrà dunque il seguente modello:

$$Y = AX + b + E \quad (1)$$

dove $Y = [y(1) \dots y(N)]$ e $X = [x(1) \dots x(N)]$ sono le matrici dei dati aventi tante righe quante sono le variabili di uscita e di ingresso (dimensione di y e x, rispettivamente) e tante colonne quanti sono i campioni (N), A e b sono la matrice e il vettore incogniti caratteristici del modello lineare, ed E è l'errore. È importante osservare che i dati contenuti nelle matrici Y e X sono ottenuti fuori linea in una campagna di misura necessaria per la calibrazione del modello di regressione (1); in alternativa, essi possono essere ottenuti "artificialmente" impiegando un modello a principi primi del processo. L'obiettivo è di determinare una stima dell'uscita utilizzando tutti i sensori di temperatura oppure un loro sottoinsieme in qualche senso "ottimale". Lo stimatore cercato sarà della forma [2,8]:

$$\hat{y}(t) = \underbrace{YX^T (XX^T)^{-1}}_A x(t) + \underbrace{m_y - YX^T (XX^T)^{-1} m_x}_b \quad (2)$$

dove $\hat{y}(t)$ è la stima al tempo t delle variabili primarie, $x(t)$ è la misura al tempo t delle variabili secondarie, ed m_x e m_y sono rispettivamente la media del vettore d'ingresso e di uscita. Le difficoltà che nascono nel determinare lo stimatore nella forma (2) sono essenzialmente di natura numerica. Infatti, il calcolo dell'inversa della matrice (XX^T) è un problema mal condizionato ogni volta che le righe di X sono collineari, e ciò accade normalmente nella pratica industriale perché le misure disponibili sono di solito altamente correlate tra loro. Si possono perciò percorrere due strade. La prima consiste nel calcolare l'inversa attraverso l'utilizzo di particolari tecniche numeriche, [5,12], che permettono di rendere meno rilevante il problema del mal condizionamento di X. L'altra possibilità si basa sul ridurre il numero di righe di X (cioè di sensori impiegati), costruendo così una nuova matrice delle misure $X_{opt} \subseteq X$; l'inversione di $(X_{opt} X_{opt}^T)$ risulta in tal modo numericamente stabile. Quest'ultima è la strategia adottata in questo lavoro. Appare evidente che è fondamentale fornire

un criterio per decidere quanti e quali sensori utilizzare (cioè il numero di righe di X_{opt}) in relazione alla bontà della stima ottenibile con i dati a disposizione. Una volta che i parametri \hat{A} e \hat{b} sono stati determinati, il modello (1) potrà essere utilizzato con le variabili misurate in linea, $x(t)$, per ottenere in tempo reale le stime $\hat{y}(t)$ delle variabili d'interesse.

Algoritmo proposto

La procedura sviluppata per l'allocazione ottimale dei sensori è costituita da un algoritmo iterativo che seleziona ad ogni passo il miglior sensore[7]. Il criterio di scelta si basa sull'analisi della correlazione (indicata con il simbolo Γ nel seguito) tra le variabili misurate e quelle da stimare. Infatti, maggiore è questa correlazione, maggiore è la "capacità descrittiva" che uno stimatore basato sulle misure possiede. Per capacità descrittiva si intende qui la possibilità di stimare in modo accurato le variabili non misurate, utilizzando le misure secondarie e un modello (lineare) del sistema (cioè lo stimatore) progettato fuori linea su un set di dati di calibrazione. L'algoritmo di selezione si arresterà quando l'accuratezza nella stima è sufficiente per gli scopi di monitoraggio e/o controllo, oppure quando l'incremento nel numero di sensori non comporta un miglioramento tale da giustificare la spesa economica e la maggior difficoltà computazionale. Il vantaggio dell'approccio proposto riguarda la sua formulazione in forma di algoritmo sequenziale che, in modo completamente automatico, è in grado di operare sia la selezione dei sensori ottimali che, conseguentemente, la progettazione dello stimatore ottimo. Il criterio di arresto si basa sull'analisi congiunta dell'errore di predizione e sulla varianza spiegata. Il primo è legato a quanto precisa possa essere la stima ottenuta dallo stimatore, mentre la seconda fornisce indicazioni su quanto le misure a disposizione permettano di spiegare le variazioni delle variabili primarie. Un altro vantaggio della procedura risulta l'essere interamente basata sulle misure; essa è cioè completamente svincolata dal particolare sistema in studio e, di conseguenza, dalla disponibilità di un modello ai principi primi. Un terzo vantaggio è costituito dal fatto che, una volta progettato fuori linea, il modello di regressione (2) ha un carico computazionale estremamente modesto, e si presta dunque per essere facilmente impiegabile in linea. Viceversa, il limite dell'approccio proposto risiede nell'assumere che il legame tra le variabili misurate e quelle da stimare sia di tipo lineare nell'intorno dello stato di funzionamento nominale. In molti casi pratici questa approssimazione si è comunque dimostrata accettabile.

Risultati e discussione

In questa sezione sono riportati i risultati relativi alla selezione della posizione ottimale delle termocoppie nei due casi in studio. Come indici per descrivere la precisione e la qualità delle stime si utilizzeranno la varianza spiegata (ExVar, Explained Variance) e la radice quadrata dell'errore quadratico

co medio Rms (Root Mean Square error) calcolate rispetto alle variabili da stimare. In formula:

$$Rms = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \|y(k) - \hat{y}(k)\|^2} \quad (3)$$

dove $\|\cdot\|$ è la norma Euclidea. Verranno inoltre presentati gli andamenti temporali delle variabili simulate e stimate, allo scopo di avere un facile strumento per giudicare l'accuratezza dei risultati e per evidenziare l'influenza della varianza dell'errore nelle misure di temperatura sulla stima delle variabili di uscita.

Reattore Bma

L'algoritmo sequenziale seleziona tre posizioni dei sensori di temperatura (tra quelle potenzialmente disponibili) e queste misure vengono impiegate per ottenere lo stimatore lineare a minima varianza. Due serie di diagrammi sono riportate nella figura 3 per ciascuna delle tre iterazioni dell'algoritmo di selezione. I diagrammi sulla sinistra riportano le correlazioni tra le misure di temperatura lungo il reattore e le portate molari di anidride maleica e di benzene in uscita. Viene inoltre riportato anche il valore assoluto della somma delle correlazioni (componente per componente), che è necessaria per la scelta ad ogni passo del miglior sensore. Infatti, il sensore di temperatura corrispondente alla posizione avente la somma più elevata è selezionato come ottimo. Quindi, al primo passo viene selezionato il sensore numero sette (T_7). Alla seconda iterazione viene rimosso questo sensore e, ripetendo la procedura, viene selezionato T_9 , che presenta il valore di correlazione cumulativa più grande. Alla terza iterazione vengono tolti i due precedenti e si seleziona il sensore in posizione quattro. È importante osservare come, all'aumentare del numero di sensori selezionati, diminuisca il valore dei coefficienti di correlazione. Ciò è dovuto al fatto che ad ogni iterazione viene tolta ai dati di ingresso e di uscita l'informazione che si può ottenere dai sensori selezionati nei passi precedenti. Dopo la terza iterazione, i valori dei coefficienti di correlazione si possono assumere dovuti solo al rumore di misura; quindi l'utilizzo di altri sensori peggiorerebbe la stima, invece che migliorarla.

I grafici sulla destra nella figura 3 mostrano invece la correlazione tra il sensore di misura selezionato e gli altri sensori ad ogni passo. Come ci si aspetta, la correlazione è più grande con quelli adiacenti e diminuisce man mano che ci si allontana. La tabella 2 riporta l'Rms e la varianza spiegata (Y-ExVar) calco-

Tabella 2

Posizione(i) Ottima	Rms dati di calibrazione [mol/s]		Y-ExVar dati di calibrazione	
	$F_A[\times 10^5]$	$F_B[\times 10^5]$	$F_A[\%]$	$F_B[\%]$
7	5,0588	1,8535	86,84	98,47
7,9	4,8464	1,4720	87,71	99,07
7,9,4	2,8431	1,4713	95,22	99,07

Algoritmo sequenziale applicato al reattore Bma: Rms e varianza spiegata nella stima delle portate di anidride maleica e di benzene sui dati di calibrazione

lati sui dati di progettazione. La varianza spiegata di Y è pari ad almeno il 95%, che dimostra come lo stimatore sia in grado di descrivere in maniera accurata i cambiamenti nelle portate a partire dalle sole misure di temperatura. La figura 4 mostra infine le traiettorie dei valori simulati e di quelli stimati per le variabili di interesse.

Nel caso in cui si voglia stimare una portata soltanto, per esempio quella relativa al benzene, all'algoritmo di selezione verranno forniti in ingresso solo le misure di calibrazione relative a F_B . La tabella 3 mostra come cambiano l'Rms e la varianza spiegata. L'allocatione ottima cambia rispetto al caso precedente. Questo implica che i sensori più correlati con la portata di benzene sono allocati verso la parte terminale del reattore piuttosto che vicino al picco di temperatura (hot spot); quest'ultimo risulta perciò più importante per la stima dell'anidride maleica. Inoltre, l'accuratezza delle stime del benzene è considerevolmente superiore rispetto al caso più generale, anche utilizzando solo due sonde di temperatura.

Tabella 3

Posizione(i) Ottima	F_B dati di calibrazione	
	Rms $[\times 10^5]$	Y-ExVar $[\%]$
7	1,9673	98,47
7;8	1,4293	99,19
7;8;9	1,2544	99,38

Algoritmo sequenziale applicato al reattore Bma per stimare solo la portata di benzene in uscita: Rms e varianza spiegata nella stima delle portate di benzene sui dati di calibrazione

Colonna di distillazione discontinua

Si applica ora l'algoritmo alla colonna di distillazione batch allo scopo di selezionare in quali piatti collocare le termocoppie le cui misure sono più correlate con le concentrazioni da stimare. Sono considerate due strategie per la progettazione degli stimatori, a parità di numero di sonde impiegate (quattro).

Nel primo caso si selezionano i sensori e si costruisce un unico stimatore lineare per stimare contemporaneamente tutte e tre le variabili di interesse, cioè:

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_{D,1} \\ \hat{x}_{D,2} \\ \hat{x}_{B,3} \end{bmatrix} = \hat{A} \begin{bmatrix} T_a \\ T_b \\ T_c \\ T_d \end{bmatrix} + \hat{b} \quad (4)$$

Dalla figura 5 si vede che i sensori di temperatura selezionati sono T_{21} , T_{20} , T_{19} , T_3 ottenuti in questo ordine (i piatti sono numerati in ordine crescente a partire dal basso: il piatto 1 corrisponde alla caldaia). La figura 6 riporta gli andamenti delle concentrazioni e le relative stime.

Nel secondo caso si progettano due stimatori: uno (che utilizza tre sensori) relativo ai prodotti

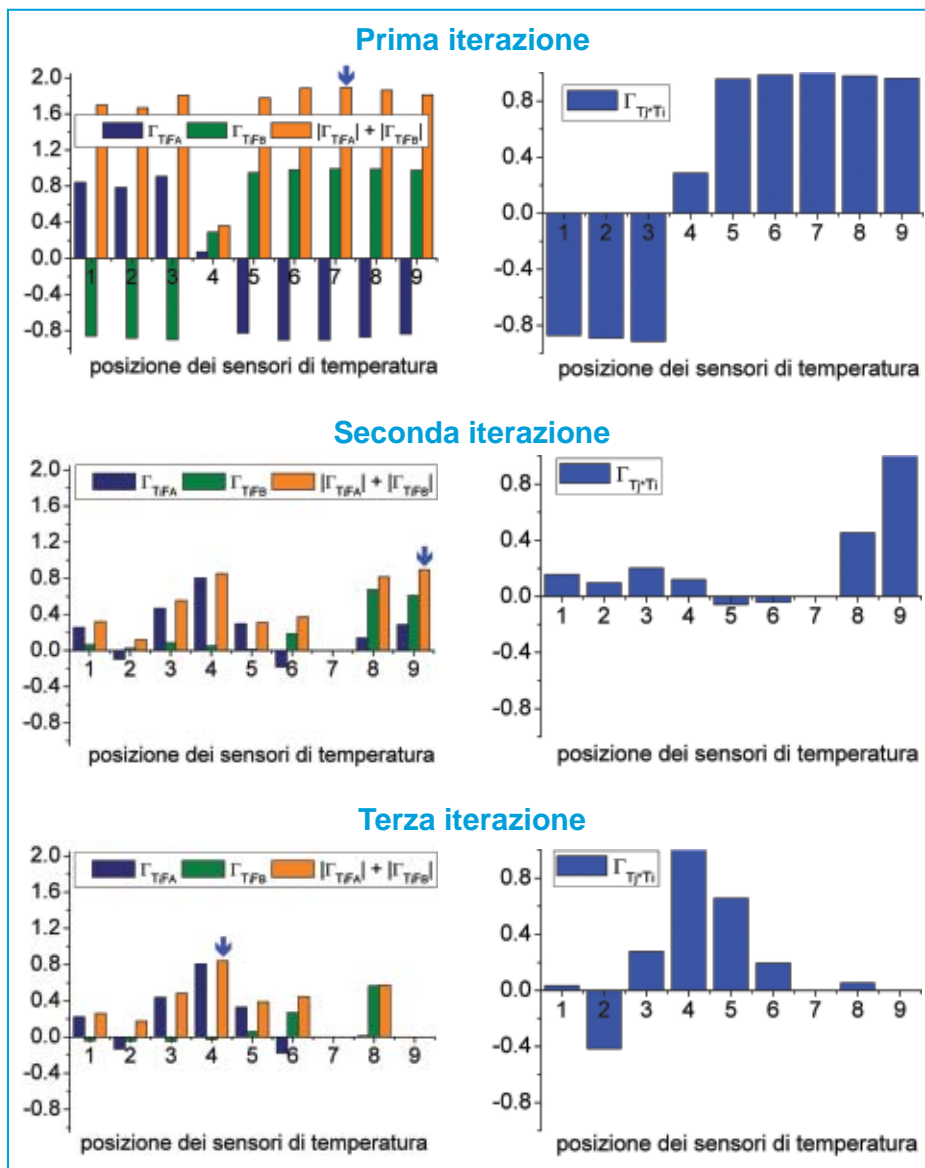


Figura 3 - Reattore Bma. Sinistra: correlazioni tra i sensori di temperatura e le portate molari di benzene e anidride maleica, e loro somma in valore assoluto ad ogni passo dell’algoritmo (le frecce indicano il sensore scelto in ciascuna iterazione). Destra: correlazione tra il sensore ottimo e gli altri sensori ad ogni passo

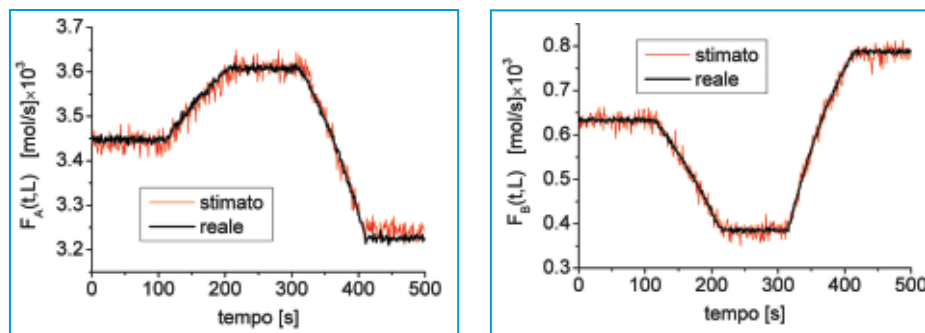


Figura 4 - Algoritmo sequenziale applicato al reattore Bma. Sinistra: traiettorie della portata di anidride maleica. Destra: traiettorie della portata di benzene

di testa $\hat{x}_{D,1}$ e $\hat{x}_{D,2}$, e uno (che utilizza un unico sensore) relativo al prodotto di fondo $\hat{x}_{B,3}$. In questo caso si avranno due stimatori progettati in maniera indipendente:

$$\begin{aligned} \hat{x}_{B,3} &= \hat{A}_B T_a + \hat{b}_B \\ \begin{bmatrix} \hat{x}_{D,1} \\ \hat{x}_{D,2} \end{bmatrix} &= \hat{A}_D \begin{bmatrix} T_b \\ T_c \\ T_d \end{bmatrix} + \hat{b}_D \end{aligned} \quad (5)$$

Mentre i sensori di testa selezionati per stimare $x_{D,1}$ e $x_{D,2}$ sono gli stessi primi tre del caso precedente (T_{21} , T_{20} , T_{19}), per stimare $x_{B,3}$ si utilizza T_1 invece di T_3 . Le sequenze di selezione dei sensori ottimi in questo secondo caso non vengono riportate, essendo molto simili a quelle viste in precedenza. Per confronto sono riportate in figura 7 le traiettorie stimate utilizzando due stimatori distinti invece di uno. Dal confronto tra la figura 6 e la figura 7 si osserva che sensibili scostamenti tra variabili simulate e stimate si hanno solo nella stima del componente pesante. In entrambi i casi, la stima appare peggiore di quella relativa ai componenti leggeri. Infatti, anche aumentando il numero di sensori per stimare solamente $x_{B,3}$ l’accuratezza delle stime non migliora.

Conclusioni

In questo lavoro è stato presentato un approccio statistico multivariabile per l’allocazione ottimale dei sensori di misura negli impianti produttivi. L’algoritmo proposto è basato su una procedura sequenziale che permette ad ogni passo di selezionare il miglior sensore allo scopo di progettare uno stimatore lineare a minima varianza che garantisca una elevata accuratezza. La procedura proposta è stata applicata, a titolo esemplificativo, a stime di composizione dei prodotti in un reattore tubolare e in una colonna di distillazione discontinua. L’al-

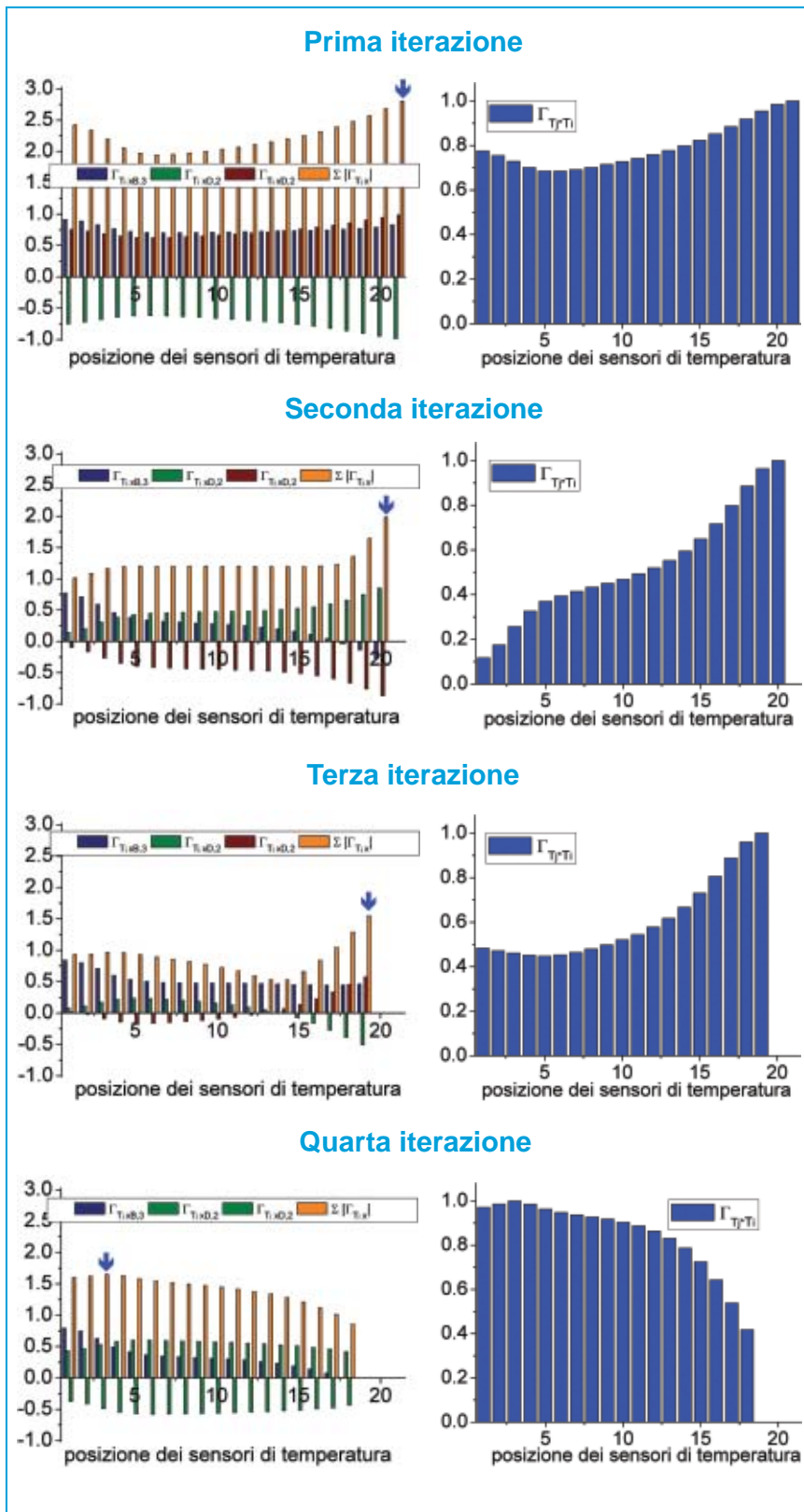


Figura 5 - Colonna di distillazione. Sinistra: correlazioni tra le misure di temperature e le concentrazioni e loro somma in valore assoluto (le frecce indicano il sensore scelto in ciascuna iterazione). Destra: Correlazione tra il sensore ottimo e gli altri sensori ad ogni iterazione

goritmo proposto risulta facilmente estendibile anche a processi con molte unità e molte misure disponibili, anche di natura diversa tra loro.

Riferimenti

[1] A. A. Alonso, I. G. Kevrekidis, J. R. Banga, C. E. Frouzakis, "Optimal sensor location and reduced order observer design for distributed process systems", *Comput. Chem. Eng.*, vol. 28, pp. 27-35, 2004.

[2] T.W. Anderson, *An introduction to multivariate statistical analysis*, 3rd edition John Wiley & Sons, New York, 2003.

[3] M. Barolo, F. Berto, "Composition control in batch distillation: binary and multi-component mixtures", *Ind. Eng. Chem. Res.*, vol. 37, pp. 4689-4698.

[4] J.M. Douglas, *Conceptual design of chemical processes*, McGraw-Hill, New York, 1988.

[5] P. Geladi, B. R. Kowalski, "Partial least-squares regression: a tutorial", *Analytica Chimica Acta*, vol. 185, pp.1-17, 1986.

[6] W.L. Luyben, B.D. Tyreus, M.L. Luyben, *Plantwide process control*, McGraw-Hill, New York, 1998.

[7] R. Muradore, F. Bezzo, M. Barolo, "A sequential method for optimal location of measurement sensors in tubular reactors", *Proceedings Gricu*, Ischia (Italy), 12-15 Sept., 2004.

[8] C.R. Rao, H. Toutenburg, *Linear models: least squares and alternatives*, 2nd edition, Springer-Verlag, New York, 1999.

[9] F.W.J. van den Berg, H.C.J. Hoefsloot, H.F.M. Boelens, A.K. Smilde, "Selection of optimal sensor position in a tubular reactor using robust degree of observability criteria", *Chem. Eng. Sci.*, vol 55, pp. 827-837, 2000.

[10] A. Vande Wouwer, N. Point, S. Porteman, M. Remy, "An approach to the selection of optimal sensor locations in distributed parameter systems", *J. Proc. Control*, vol. 10, pp. 291-300, 2000.

[11] W. Waldraff, D. Dochain, S. Bourrel, A. Magnus, "On the use of observability measures for sensor location in tubular reactor", *J. Proc. Control*, vol. 8, pp. 497-505, 2000.

[12] E.Zamprognna, M. Barolo, D. Seborg, "Estimating product composition profiles in batch distillation via partial least squares regression", *Control Eng. Practice*, vol. 12, pp. 917-929, 2004.

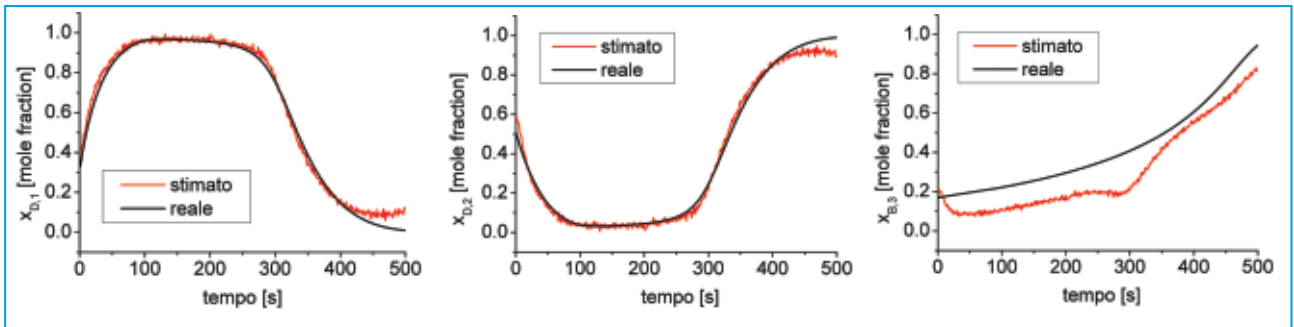


Figura 6 - Algoritmo sequenziale applicato alla colonna di distillazione: un unico stimatore lineare viene implementato per ottenere le stime di tutte le concentrazioni

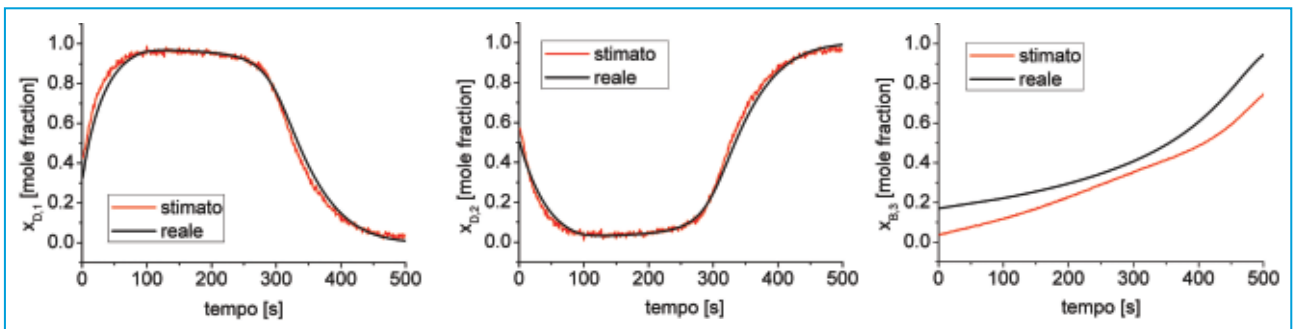


Figura 7 - Algoritmo sequenziale applicato alla colonna di distillazione: due stimatori vengono implementati per fornire le stime di $\hat{x}_{D,1}$, $\hat{x}_{D,2}$ e $\hat{x}_{B,3}$ rispettivamente

